

Влияние формы и геометрических параметров составных элементов на микроволновые свойства искусственных анизотропных киральных сред

Е. А. ФЕДОСЕНКО

В настоящее время весьма актуально создание искусственных структур с новыми, не встречающимися в природе свойствами. В этом направлении развивается теория распространения и преобразования электромагнитных волн в периодических структурах при наличии искусственной анизотропии и киральности [1-3]. Исследуемая искусственная киральная среда состоит из диэлектрического слоя, содержащего включения в виде металлических микро-спиралей, накрученных на нейлоновые нити, оси которых ориентированы в одном направлении. Размеры, угол намотки и число витков спирали существенно влияют на диэлектрическую проницаемость, магнитную проницаемость, а также киральность рассматриваемой среды. В качестве спиральных включений рассматривались пяти витковые спирали радиуса $r = 0,92 \cdot 10^{-3}$ м из медной проволоки радиуса $r_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ м с удельным сопротивлением $\rho = 16 \cdot 10^{-9}$ Ом·м и высотой подъема $h = 0,37 \cdot 10^{-3}$ м при $\omega_0 = 26,38 \cdot 10^9$ рад/с, $\omega = 23,24 \cdot 10^9$ рад/с, $N_h = 7 \cdot 10^7$ шт/м³, $N_0 = 6,7 \cdot 10^{28}$. Получены аналитические выражения для расчета диэлектрической проницаемости ϵ , магнитной проницаемости μ , а также киральности K искусственной среды. Найденные значения $K = 0,001 + i0,4036$, $\epsilon = 1,002 + i0,725$ и $\mu = 1,001 + i0,225$ согласуются с экспериментальными данными [1].

Для изучения влияния формы и геометрических параметров составных элементов на микроволновые свойства анизотропных киральных структур можно использовать спиральную модель молекул вещества [2].

Электромагнитная волна распространяется ортогонально к осям спиралей (вектору \vec{a}), вдоль оси Oz (рисунок 1). В этом случае на электроны искусственной анизотропной киральной среды вдоль осей металлических спиралей, совпадающих с осью Ox , действует электромагнитное поле, описываемое материальными уравнениями:

$$\begin{aligned}\vec{D}_x &= \epsilon_0 \vec{E}_x + \vec{P}_x, \\ \vec{B}_x &= \mu_0 (\vec{H}_x + \vec{m}_x),\end{aligned}$$

где \vec{D}_x , \vec{E}_x – напряженности магнитного и электрического полей соответственно, \vec{P}_x – электрический дипольный момент, \vec{B}_x – вектор магнитной индукции, \vec{m}_x – магнитный момент.

При падении электромагнитной волны на искусственную киральную среду под воздействием квазиупругих сил, возвращающих электрон в положение равновесия, диссипативных сил и силы, действующей на электрон со стороны электрического поля, смещение s электронов в металлических спиралях описывается уравнением:

$$m\ddot{s} = -ks - \gamma\dot{s} - eE \cos\theta \sin\alpha, \quad (1)$$

где m и e – масса и заряд электрона, $k = m\omega_0$ – эффективный коэффициент, характеризующий квазиупругую силу, ω_0 – резонансная частота, $E \cos\theta \sin\alpha$ – составляющая электрического поля направленная вдоль оси спирали, θ – угол между направлением напряженности электрического поля и осью спирали, α – угол подъема спирали. Так как каноническая длина спирали L должна удовлетворять условию $L = \lambda_{\text{рез}}/2$, где $\lambda_{\text{рез}}$ – резонансная длина элек-

тромагнитной волны, то резонансная частота находится по формуле $\omega_0 = \pi c / L$. Эффективный коэффициент γ , характеризующий диссипативные силы, определяется по формуле:

$$\gamma = \rho e^2 N_0 N_s,$$

где ρ – удельное сопротивление металла, N_0 – концентрация электронов в металле, $N_s = 2\delta / r_0$ – концентрация электронов проводимости в области металла в которую проникает электромагнитное поле, $\delta = \sqrt{2\rho / \mu_0 \omega}$ – глубина проникновения поля в металл, ω – частота электромагнитной волны.

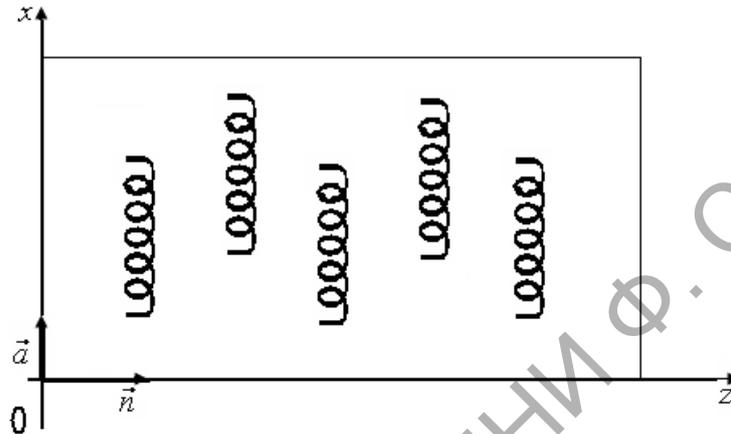


Рисунок 1 – Искусственная киральная анизотропная среда

Смещение электрона вдоль спирали целесообразно искать в виде $S = S_0 e^{-i\omega t}$, поскольку зависимость напряженности электрического поля от времени t имеет вид $\vec{E} = \vec{E} e^{-i\omega t}$. Подставляя приведенные зависимости в уравнение (1) и разрешая его относительно S , получим:

$$S = \frac{-eE_0 \tau (\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma) \sin \alpha}{m(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2} \cos \theta e^{-i\omega t}, \quad (2)$$

где $\Gamma = \frac{\gamma}{m}$, $\sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}}$, h – высота подъема спирали, $\tau = 2\sqrt{\epsilon_0 \rho \omega}$ – ослабление электромагнитного поля.

Движущиеся со скоростью \vec{v} электроны в металлических спиралях создают объемную плотность заряда $-e\delta(\vec{r})$ и плотность тока $\vec{j} = -e\delta(\vec{r})\vec{v}$. Тогда плотность тока, направленного ортогонально оси спирали, равна $j_{\perp} = -e\delta(\vec{r})v_s \cos \alpha$.

Скорость v_s электрона вдоль спирали находится из соотношения $v_s = \frac{dS}{dt}$ и имеет вид

$$v_s = \sin \alpha \frac{i\omega e E_0 \tau (\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2] m} \cos \theta e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

а скорость v_{\perp} электрона ортогональная оси спирали –

$$v_{\perp} = v_s \cos \alpha = v_s \frac{2\pi r}{\sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}}, \quad (4)$$

где r – радиус витка спирали.

Магнитный момент m_x , создаваемый электрическим полем вдоль оси спиралей равен

$$m_x = \frac{1}{2} \int_{(v)} r \cdot (-e\delta(r)v_s \cos\alpha) dV = -\frac{1}{2} erv_{\perp}, \quad (5)$$

а электрический дипольный момент P_x , создаваемый электрическим полем, равен $P_x = -eS \sin\alpha$.

Тогда, учитывая (3) и (4) и обозначив $a = e^2 / m$, получим

$$P_x = \frac{a}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{i\omega(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau E_0 \cos\theta e^{-i\omega t}. \quad (6)$$

$$m_x = -\frac{a}{2} \cdot \frac{2\pi r h}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{i\omega(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau E_0 \cos\theta e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

Под действием магнитного поля возникают магнитный и электрический дипольный моменты. Из уравнения Максвелла

$$\oint_{(l)} \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{(s)} \vec{B} d\vec{S},$$

учитывая, что вектор напряженности электрического поля \vec{E} должен образовывать с вектором $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ левовинтовую систему и $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{-i\omega t}$, получим

$$E = \frac{1}{2} i\omega r \mu_0 H_0 \cos\theta e^{-i\omega t}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (1) и разрешая получившееся уравнение движения электрона относительно S , получим смещение электрона вдоль спирали под действием магнитного поля:

$$S = -\frac{e}{2m} \cdot \frac{2\pi r^2}{\sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}} \cdot \frac{i\omega(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau \mu_0 H_0 \cos\theta e^{-i\omega t} \quad (9)$$

Электрический дипольный момент, возникающий под действием переменного магнитного поля вдоль оси спиралей с n витками, имеет вид:

$$P_x = \frac{a}{2} \cdot \frac{2\pi r^2 h n}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{i\omega(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau \mu_0 H_0 \cos\theta e^{-i\omega t}, \quad (10)$$

магнитный момент, индуцированный магнитным полем равен:

$$m_x = \frac{a}{4} \cdot \frac{2\pi r^4 h n}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{\omega^2(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau \mu_0 H_0 \cos\theta e^{-i\omega t}. \quad (11)$$

Таким образом, электромагнитное поле, действующее на электроны вдоль осей металлических спиралей можно записать следующим образом:

$$\vec{D}_x = \varepsilon_0 \vec{E}_x + \frac{an}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{i\omega(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau \vec{E}_x + \frac{a}{2} \cdot \frac{2\pi r^2 h n}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{i\omega(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau \mu_0 \vec{H}_x, \quad (12)$$

$$\vec{B}_x = \mu_0 \vec{H}_x - \frac{a}{2} \cdot \frac{2\pi r h n}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{i\omega(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau \mu_0 \vec{E}_x + \frac{a}{4} \cdot \frac{2\pi r^4 h n}{(2\pi r)^2 + h^2} \cdot \frac{\omega^2(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} \tau \mu_0 \vec{H}_x, \quad (13)$$

где $\vec{E}_x = E_0 \cos \theta e^{-i\omega t}$, $\vec{H}_x = H_0 \cos \theta e^{-i\omega t}$.

С другой стороны, материальные уравнения можно представить в тензорном виде:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \bar{\bar{\varepsilon}}_v \vec{E} + i\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \bar{\bar{K}} \vec{H} \quad (14)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \bar{\bar{\mu}}_r \vec{H} - i\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \bar{\bar{K}} \vec{E} \quad (15)$$

где $\bar{\bar{K}}$, $\bar{\bar{\varepsilon}}_v$, $\bar{\bar{\mu}}_r$ – тензоры киральности, диэлектрической и магнитной проницаемости.

Приравнявая в (12) и (13), в (14) и (15) коэффициенты при векторах \vec{E}_x и \vec{H}_x и вводя обозначения $A = 4\sqrt{2}\pi a N_0 N_n \rho$, $B = 8\rho^3 N_0 a^2$, получим в явном виде зависимость параметров искусственной киральной анизотропной среды от геометрических размеров спирали: радиуса r катушки спирали, радиуса проволоки r_0 , высоты h подъема спирали.

Компонента тензора киральности вдоль оси Ox имеет вид:

$$K = A \cdot \pi \cdot \frac{r^2 r_0^2 h n}{\sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}} \cdot \frac{r_0 \mu_0 \omega (\omega_0^2 - \omega^2) + i \rho a N_0 \sqrt{2\rho \mu_0} \omega^{3/2}}{r_0^2 \mu_0 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + B \omega}, \quad (16)$$

тензора диэлектрической проницаемости соответственно:

$$\varepsilon = 1 + A \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \frac{r_0^2 h^2 n}{\sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}} \cdot \frac{r_0 \omega (\omega_0^2 - \omega^2) + i 2\rho a N_0 \sqrt{2\rho \omega / \mu_0}}{r_0^2 \mu_0 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + B \omega}, \quad (17)$$

магнитной проницаемости:

$$\mu = 1 + A \cdot \pi^2 \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \cdot \frac{r_0^2 r^4 n}{\sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}} \cdot \frac{r_0 \omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2) + i 2\rho a N_0 \sqrt{2\rho / \mu_0} \omega^{5/2}}{r_0^2 \mu_0 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + B \omega} \quad (18)$$

Исследуя изменения параметров среды с изменением размеров спирали в функциональных зависимостях (16) – (18) удалось установить, что при увеличении радиуса катушки спирали r наибольшее изменение в сторону увеличения претерпевает действительная часть параметра киральности и в меньшей степени его мнимая часть. От толщины проволоки спирали r_0 киральность так же зависит больше, чем другие параметры среды. Диэлектрическая и магнитная проницаемости незначительно меняются при изменении радиуса r катушки и высоты h подъема спирали, причем изменения касаются только мнимых частей этих параметров.

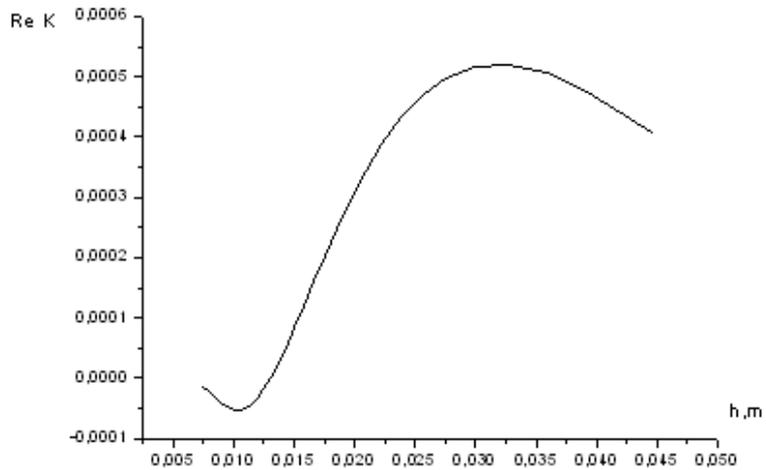


Рисунок 2 – Зависимость действительной части параметра киральности от высоты подъема спирали h

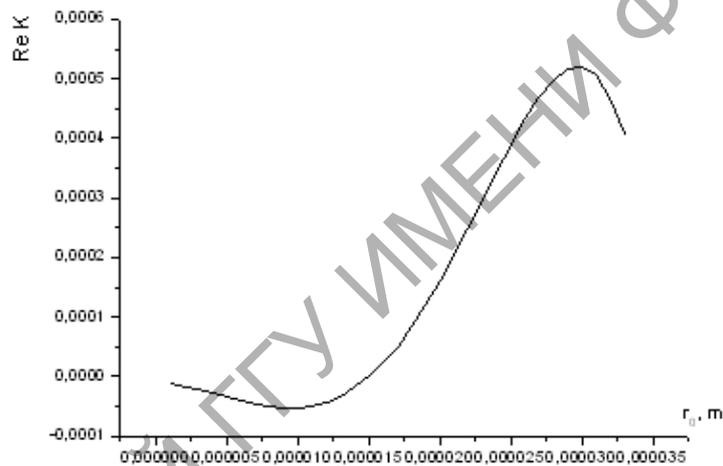


Рисунок 3 – Зависимость действительной части параметра киральности от толщины проволоки спирали

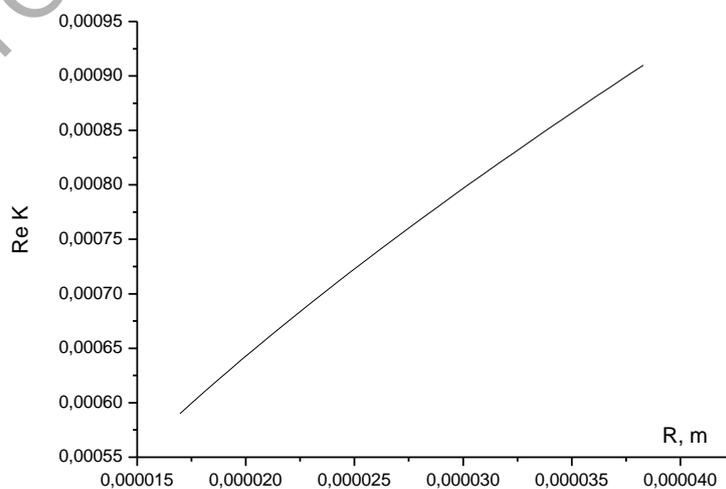


Рисунок 4 – Зависимость действительной части параметра киральности от радиуса намотки спирали

Как видно из представленных графиков, изменение толщины проволоки спирали ее шага и величины витка существенно влияют на киральность искусственной анизотропной среды. Учитывая, что каноническая длина спирали связана с резонансной длиной электромагнитной волны, для увеличения киральности среды следует использовать одновитковые спирали большого радиуса.

Abstract. The dependence of characteristics of synthetic chirality of anisotropic media on the parameters of the spiral is studied in the paper. It is shown that dielectric and magnetic permeability depends on the radius of the winding in a greater degree, and it depends on the thickness of the metal wire in a lesser degree, and the chirality parameter essentially depends on the radius of the wire of the spiral.

Литература

1. Kuehl S.A., Grove S.S., Kuehl E., Bingle M., Cloete J.H., "Manufacture of microwave chiral materials and their electromagnetic properties", in *Advances in Complex Electromagnetic Materials*, ed. by A. Priou et al., Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series 3, vol. 28, pp. 317-332, 1997.
2. Tretyakov S.A., Sochava A.A. Proposed composite material for nonreflecting shields and antenna radomes // *Electron. Lett.*- 1993.-Vol. 29.- P. 1048-1049.
3. Semchenko I.V., Khakhomov S. A., Fedosenko E. A. Effective electron model of the wire helix excitation at microwaves: first step to optimization of pitch angle of helix // S. Zouhdi et al. (eds.), *Advances in Electromagnetic of Complex Media and Metamaterials*, Kluwer Academic Publishers.2003; pages 245-256

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступило 15.10.08