Известия Гомельского государственного университета
имени Ф.Скорины, №4(55), Ч2, 2009

УДК 530.1;539.12

Электромагнитные характеристики мезонов в пуанкаре-ковариантной кварковой модели

В. В. Андреев, А. М. Сейтлиев

1. Поляризуемости мезонов в пуанкаре-ковариантной модели

Электромагнитные поляризуемости частиц характеризуют дипольные моменты, индуцируемые внешним электромагнитным полем, и следовательно, связаны со способностью составной системы деформироваться в этом поле. В различных вариантах киральной пертурбативной теории (χPT–теориях, основанных на феноменологических лагранжианах с динамической $SU(n) \times SU(n)$, $n = 2, 3, 4$ симметрией) поляризуемости мезонов являются одним из ключевых тестов по пониманию природы киральной симметрии и ее нарушения.

Экспериментальное изучение поляризуемостей мезонов в настоящее время ограничивается лишь измерениями поляризуемостей пионов. Электромагнитные поляризуемости пионов определяются либо в процессах комптоновского рассеяния пионов [1], либо в процессах двухфотонного рождения пионных пар [2]. Извлекаемые из этих экспериментов электрическая $\bar{\alpha}$ и магнитная $\bar{\beta}$ поляризуемости называют обобщенными или комптоновскими поляризуемостями. Показано, что (см., например, [3]), обобщенная электрическая поляризуемость $\bar{\alpha}$ может быть представлена в виде суммы двух частей:

$$\bar{\alpha} = \alpha_0 + \Delta\alpha \, . \tag{1}$$

В равенстве (1) величина α_0 называется статической поляризуемостью и связана с наведенным электрическим дипольным моментом в приближении его точечности, т.е. деформированная составная система описывается как точечный электрический диполь. Выражение для α_0 имеет следующий вид:

$$\alpha_0 = \frac{2}{3} \sum_{n \neq 0} \frac{|\langle n| \mathbf{D} |0\rangle|^2}{E_n - E_0} \, , \tag{2}$$

где $\mathbf{D}$ оператор электрического дипольного момента.

Слагаемое $\Delta\alpha$ учитывает структуру составной системы и в главном приближении выражается через среднеквадратичный радиус составной системы [3]:

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{QED} \langle r_P^2 \rangle}{3 M_P}, \tag{3}$$

где M_P и r_P - масса и электромагнитный радиус мезона соответственно, а постоянная тонкой структуры в данном разделе обозначена, как α_{QED}, в целях избежания путаницы с электрическими поляризуемостями.

Для магнитной поляризуемости получаем [3]:

$$\bar{\beta} = \beta_0 + \Delta\beta \, , \tag{4}$$

где β_0 статическая магнитная поляризуемость

$$\beta_0 = \frac{2}{3}\sum_{n\neq 0}\frac{|\langle n|\,\mathbf{M}\,|0\rangle|^2}{E_n - E_0}\,, \tag{5}$$

а $\Delta\beta$

$$\Delta\beta = -\frac{\alpha_{QED}\; e_q^2\langle\psi|\,r_q^2\,|\,\psi\rangle}{6\;m_q} - \frac{\alpha_{QED}\; e_{\bar{Q}}^2\langle\psi|\,r_Q^2\,|\,\psi\rangle}{6\;m_Q} - \frac{\langle\psi\,|\,\mathbf{D}^2\,|\,\psi\rangle}{2\,(m_q + m_Q)}\,, \tag{6}$$

поправка вследствие электромагнитной структуры. Здесь $\mathbf{M}$ - оператор внутреннего дипольного магнитного момента, ψ- волновая функция мезона, а $r_{q,Q}$ операторы положений кварка и антикварка.

В настоящее время имеется расхождение как в различных экспериментальных данных по поляризуемостям мезонов, так и в теоретических предсказаниях на эту величину. Поэтому, в связи с планированием в ближайшем будущем новых экспериментов по измерению поляризуемостей мезонов [4] с более высокой степенью точности, задача по вычислению этих поляризуемостей приобретает новый интерес.

Цель данной работы состоит в получении самосогласованных расчетов электромагнитных характеристик псевдоскалярных мезонов, таких как: электрическая, магнитная поляризуемости и форм-факторы, включая среднеквадратичный радиус. Мезоны в пуанкаре-ковариантной модели [5], основанной на точечной форме РГД, рассматриваются, как релятивистская система двух спинорных кварков с КХД-мотивированным потенциалом взаимодействия. Оценка электрической и магнитной поляризуемости проводится с использованием методики, разработанной в [6, 7] на основе квантово-механической теории возмущений и вариационного метода. Также исследуется вопрос о соотношении в рамках данной модели между статической α_0 и обобщенной $\bar{\alpha}$ электрическими поляризуемостями заряженных мезонов.

2. Описание связанной двухчастичной системы во внешнем электромагнитном поле в РГД

В рамках пуанкаре-ковариантной модели, мезон представляется как связанная система двух точечных частиц: кварка q и антикварка $\bar{Q}$ с массами m_q, m_Q и электрическими зарядами $e_q|e|$ и $e_{\overline{Q}}\,|e|$ соответственно. Задача на собственные значения для оператора массы связанного состояния Ψ с полным импульсом $\mathbf{Q}$, массой M_Ψ, спином J и проекцией спина μ может быть записана в виде:

$$\hat{M}\;|\;\Psi_{\mathbf{Q},J,\mu}> = (M_0 + \hat{V})\;|\;\Psi_{\mathbf{Q},J,\mu}> = M_\Psi\;|\;\Psi_{\mathbf{Q},J,\mu}>\,. \tag{7}$$

Пусть взаимодействие между электромагнитным полем и системой характеризуется некоторым потенциалом $\hat{V}_{\rm em}$, тогда в предположении, что связанная система находится в относительно слабом однородном электромагнитном поле, получим задачу на собственные значения [8]:

$$\left(M_0 + \hat{V} + \hat{V}_{\rm em}\right)\;|\;\Psi^{\rm em}_{\mathbf{Q},J,\mu}> = (M_\Psi + \Delta\varepsilon)\;|\;\Psi^{\rm em}_{\mathbf{Q},J,\mu}>, \tag{8}$$

где величина $\Delta\varepsilon$ является поправкой к энергии основного состояния.

Оператор взаимодействия мезона с внешним электромагнитным полем определяется с помощью амплитуды рассеяния фотонов на спинорных частицах, где R_{fi} связано с амплитудой рассеяния S.

Матричные элементы операторов дипольного взаимодействия для электростатического и стационарного магнитного полей запишутся в следующем виде соответственно:

$$
\begin{aligned}
&\langle \mathbf{p}_1', \lambda_1', \mathbf{p}_2', \lambda_2' | \hat{V}_{\mathbf{E}} | \mathbf{p}_1, \lambda_1, \mathbf{p}_2, \lambda_2 \rangle = \\
&= \mathrm{i} e_q |e| \delta(\mathbf{p}_2' - \mathbf{p}_2) \delta_{\lambda_2' \lambda_2} \frac{\bar{u}_{\lambda_1'}(p_1') \gamma_0 u_{\lambda_1}(p_1)}{\sqrt{4\omega_{m_q}(\mathrm{p}_1) \omega_{m_q}(\mathrm{p}_1')}} [(\mathbf{E}\nabla_{\mathbf{p}_1}) \delta(\mathbf{p}_1' - \mathbf{p}_1)] + \\
&+ \mathrm{i} e_{\overline{Q}} |e| \delta(\mathbf{p}_1' - \mathbf{p}_1) \delta_{\lambda_1' \lambda_1} \frac{\bar{v}_{\lambda_2'}(p_2) \gamma_0 v_{\lambda_2}(p_2')}{\sqrt{4\omega_{m_Q}(\mathrm{p}_2) \omega_{m_Q}(\mathrm{p}_2')}} [(\mathbf{E}\nabla_{\mathbf{p}_2} \delta(\mathbf{p}_2' - \mathbf{p}_2))] ,
\end{aligned} \tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
&\langle \mathbf{p}_1', \lambda_1', \mathbf{p}_2', \lambda_2' | \hat{V}_{\mathbf{H}} | \mathbf{p}_1, \lambda_1, \mathbf{p}_2, \lambda_2 \rangle = \\
&= \frac{\mathrm{i}\, e_q |e| \delta(\mathbf{p}_2' - \mathbf{p}_2) \delta_{\lambda_2' \lambda_2}}{4\sqrt{\omega_{m_q}(\mathrm{p}_1) \omega_{m_q}(\mathrm{p}_1')}} [([\mathbf{H} \times \mathbf{j}_1] \nabla_{\mathbf{p}_1}) \delta(\mathbf{p}_1' - \mathbf{p}_1)] + \\
&+ \frac{\mathrm{i}\, e_{\overline{Q}} |e| \delta(\mathbf{p}_1' - \mathbf{p}_1) \delta_{\lambda_1' \lambda_1}}{4\sqrt{\omega_{m_Q}(\mathrm{p}_2) \omega_{m_Q}(\mathrm{p}_2')}} [([\mathbf{H} \times \mathbf{j}_2] \nabla_{\mathbf{p}_2} \delta(\mathbf{p}_2' - \mathbf{p}_2))] ,
\end{aligned} \tag{10}
$$

где

$$
\mathbf{j}_1 = \bar{u}_{\lambda_1'}(p_1') \gamma\, u_{\lambda_1}(p_1) \ , \ \ \mathbf{j}_2 = \bar{v}_{\lambda_2}(p_2) \gamma\, v_{\lambda_2'}(p_2') \ . \tag{11}
$$

С помощью матричных элементов (9), (10) найдем уравнение движения системы с $J = 0$ во внешних стационарных электромагнитных полях в системе центра масс ($\mathbf{Q} = 0$).

Уравнение (8) для релятивистской кварк-антикварковой системы, находящейся во внешнем электромагнитном поле, в системе покоя псевдоскалярного мезона ($\mathbf{Q} = 0$) принимает вид:

$$
\begin{aligned}
&\sum_{\lambda_1, \lambda_2} \int < \mathbf{k}, \sigma_1, \sigma_2 \, \| \, \hat{V}_{qQ} \, \| \, \mathbf{k}', \lambda_1, \lambda_2 > \Phi^{J=0}_{\mathbf{Q}=\mathbf{0};\, \lambda_1, \lambda_2}(\mathbf{k}')\, \mathrm{d}\mathbf{k}' + \Delta\hat{H}_{\mathrm{em}} \Phi^{J=0}_{\mathbf{Q}=\mathbf{0};\, \lambda_1, \lambda_2}(\mathbf{k}) = \\
&= \left(M_{meson} + \Delta\varepsilon - \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_q^2} - \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_Q^2} \right) \Phi^{J=0}_{\mathbf{Q}=\mathbf{0};\, \sigma_1, \sigma_2}(\mathbf{k}) \ ,
\end{aligned} \tag{12}
$$

где межкварковый потенциал $\hat{V}_{qQ}$ находится из условия самосогласованного описания мезонных констант и масс псевдоскалярных и векторных мезонов.

Оператор взаимодействия с электромагнитным полем ΔH_{em} после отделения движения центра масс в случае электростатического поля с напряженностью $\mathbf{E}$ принимает вид [8, 9]:

$$
\begin{aligned}
&\Delta\hat{H}_{\mathbf{E}} \equiv -1/2\,(\mathbf{ED}) = -\mathrm{i}\,(\mathbf{ED}_{\mathbf{k}}) = \\
&= -\frac{\mathrm{i}}{2} \left(q_{12} + \frac{m_Q^2 - m_q^2}{M_0^2} Q_{12} \right) (\mathbf{E}\nabla_{\mathbf{k}}) + \frac{\mathrm{i}}{2} \frac{(m_Q^2 - m_q^2)\, Q_{12}\, (\mathbf{kE})}{M_0^2 \omega_{m_Q}(\mathrm{k})\, \omega_{m_q}(\mathrm{k})} ,
\end{aligned} \tag{13}
$$

а в случае статического магнитного поля с напряженностью $\mathbf{H}$ запишется в виде

$$
\begin{aligned}
&\Delta\hat{H}_{\mathbf{H}} \equiv -1/2\,(\mathbf{MH}) = -\mathrm{i}\,(\mathbf{HM}_{\mathbf{k}}) = -\frac{\mathrm{i}}{4} \left[\left(\frac{e_q}{\omega_{m_q}(\mathrm{k})} + \frac{e_{\overline{Q}}}{\omega_{m_Q}(\mathrm{k})} \right) + \right. \\
&\left. + \left(\frac{e_q}{\omega_{m_q}(\mathrm{k})} - \frac{e_{\overline{Q}}}{\omega_{m_Q}(\mathrm{k})} \right) \frac{(m_Q^2 - m_q^2)}{M_0^2} \right] |e| \left([\mathbf{H} \times \mathbf{k}] \nabla_{\mathbf{k}} \right) ,
\end{aligned} \tag{14}
$$

где $Q_{12} = \left(e_q + e_{\overline{Q}}\right)|e|$ — полный заряд системы, $q_{12} = \left(e_q - e_{\overline{Q}}\right)|e|$ и $M_0 = \omega_{m_Q}(\mathrm{k}) + \omega_{m_q}(\mathrm{k})$.

В общем случае уравнение (12) является интегро-дифференциальным уравнением, и поэтому решение таких уравнений с реальными межкварковыми потенциалами – технически сложная задача. Таким образом для нахождения значений $\Delta\varepsilon$, а следовательно, и значений поляризуемостей мезонов используем приближенный метод, который значительно упрощает поставленную задачу. При этом точность оценок остается на уровне современных экспериментальных значений для поляризуемостей.

3. Методика оценки статической поляризуемости

Для оценки электрической поляризуемости используется выражение [7]:

$$\frac{1}{2\pi}\frac{B^2/\mathbf{E}^2}{\tilde{A}} \leqslant \alpha_0 \leqslant \frac{1}{2\pi}\frac{B/\mathbf{E}^2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)} \ . \tag{15}$$

где

$$\langle\Psi_0|\,\Delta\hat{H}\hat{H}_0\Delta\hat{H}\,|\Psi_0\rangle = \tilde{A} + B\varepsilon_0 \ ,$$
$$\tilde{A} = \langle\Psi_0|\,\Delta\hat{H}\left[\hat{H}_0, \Delta\hat{H}\right]_-|\Psi_0\rangle \ , \quad B = \langle\Psi_0|\,\Delta\hat{H}^2\,|\Psi_0\rangle \ , \tag{16}$$

с $\Delta H = -1/2(\mathbf{DE})$, $\varepsilon_0, \varepsilon_1$ - энергии основного и первого радиальных возбуждений. Аналогичные соотношения получаются и для магнитной поляризуемости β_0 с соответствующей заменой $\mathbf{E} \to \mathbf{H}$ и $\mathbf{D} \to \mathbf{M}$.

4. Статические поляризуемости мезонов

Задача нахождения границ электрической поляризуемости мезона разделяется на две части. Первая часть состоит в определении масс и волновых функций двухчастичной связанной системы ("спектроскопическая" часть). Вторая часть состоит в вычислении оценки поляризуемости с использованием волновой функции основного состояния, рассчитанной в "спектроскопической" части.

4.1 "Спектроскопическая" часть

Фиксация параметров межкваркового потенциала пуанкаре-ковариантной модели для псевдоскалярных и векторных мезонов была решена вариационным методом с пробными ВФ трехмерного гармонического осциллятора:

$$\Phi^{(N)}_{\lambda_1,\lambda_2}(\mathbf{k},\beta) = \delta_{\lambda_1,-\lambda_2}\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\sqrt{2}}\phi^{(N,\,\ell=0)}(\mathbf{k},\beta) \ , \tag{17}$$

где

$$\phi^{(N,\,\ell)}(\mathbf{k},\beta) = \sqrt{\frac{2N!}{\beta^3\Gamma(N+\ell+3/2)}}\exp\left(-\frac{k^2}{2\beta^2}\right)\left(\frac{k}{\beta}\right)^{\ell} Y_{\ell m}\left(\hat{\mathbf{k}}\right)L_N^{\ell+1/2}\left(\frac{k^2}{\beta^2}\right) . \tag{18}$$

Здесь $L^a_n(x)$ – обобщенные полиномы Лагерра, $Y_{l\,m}\left(\hat{\mathbf{k}}\right) = Y_{\ell,m}(\theta_k, \varphi_k)$ – сферические функции.

Параметры, необходимые для вычисления в случае $\pi^{\pm}$—мезонов, имеют следующие значения:

$$\beta_{\pi^{\pm}} = 371.132 \pm 6.478 \text{ МэВ}, m_u = 120.0 \pm 2.3 \text{ МэВ}, m_d = 363.3 \pm 7.0 \text{ МэВ} . \quad (19)$$

Аналогично для $K^{\pm}$—мезонов имеем:

$$\beta_{K^{\pm}} = 395.178 \pm 8.461 \text{ МэВ} , m_s = 773.4 \pm 86.9 \text{ МэВ} . \quad (20)$$

Параметры (19) и (20) получены в пуанкаре-ковариантной модели мезонов исходя из требования самосогласованного описания лептонных констант распадов и спектра масс соответствующих псевдоскалярных и векторных мезонов.

Рассчитывая интегралы, входящие в формулы (16), получаем для статической поляризуемости $\alpha_0^{\pi^{\pm}}$ заряженных π–мезонов интервал, в котором уже учтены и теоретические неопределенности

$$\alpha_0^{\pi^{\pm}} = (0.14 \pm 0.11) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3 . \quad (21)$$

Аналогичные вычисления с параметрами (20) дают оценку статической поляризуемости для $K^{\pm}$-мезонов:

$$\alpha_0^{K^{\pm}} = (0.47 \pm 0.19) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3 . \quad (22)$$

Полученные значения статических поляризуемостей коррелируют с соответствующими значениями $\alpha_0^{\pi^{\pm}} = 0.51 \times 10^{-4}$ Фм^3 и $\alpha_0^{K^{\pm}} = 1.06 \times 10^{-4}$ Фм^3, полученными в [10] в рамках квазипотенциального подхода с модельными кулоновским и осцилляторными потенциалами. В то же время, эти результаты находятся в полном противоречии с результатами, полученными в χPT-моделях и в расширенной NJL модели (см. [11]), где статическая поляризуемость отрицательная и находится в пределах: $\alpha_0^{\pi^{\pm}} = (-5.9 \div -12.6) \times 10^{-4}$ Фм^3.

В рамках пуанкаре-ковариантной модели, используя значения параметров, полученных при вычислениях лептонных констант, несложно найти и статические поляризуемости D и D_s-мезонов:

$$\alpha_0^{D^{\pm}} = (0.009 \pm 0.0104) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3 , \quad \alpha_0^{D_s^{\pm}} = (0.0049 \pm 0.0047) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3 . \quad (23)$$

Эти величины представляют в настоящее время чисто теоретический интерес, поскольку получить какую либо информацию можно будет только на высокоэнергетических $\gamma\gamma$-коллайдерах.

Для статической магнитной поляризуемости β_0 основного состояния двухкварковой релятивистской системы в однофотонном приближении (в рамках предложенной методики оценки) находим, что

$$\beta_0 = 0 . \quad (24)$$

В экспериментах измеряется так называемая обобщенная (комптоновская) поляризуемость мезонов. В этой связи необходимо провести дополнительные расчеты вторых слагаемых в (1) и (4).

4.2 Комптоновская электрическая поляризуемость мезонов

Обобщенная электрическая поляризуемость $\bar{\alpha}$ $\pi^{\pm}$-мезонов, была определена из экспериментов по комптоновскому рассеянию или в процессах фотон-фотонных столкновений. Средневзвешенное значение электрической поляризуемости пиона равно

$$\bar{\alpha}_{\text{wa}}^{\pi^{\pm}} = (5.98 \pm 3.91) \times 10^{-4} \text{ Фм}^3 , \quad (25)$$

а среднее значение

$$\bar{\alpha}^{\pi^{\pm}}_{\text{aver}} = (15.27 \pm 9.0) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ . \tag{26}$$

Проведем вычисление $\Delta\alpha$ (3) для пиона и каона, используя экспериментальные данные радиусов [12]:

$$\left\langle r^2_{\pi^{\pm}} \right\rangle_{exp} = (0.431 \pm 0.016)\ \ \text{Фм}^2\ , \tag{27}$$

$$\left\langle r^2_{K^{\pm}} \right\rangle_{exp} = (0.34 \pm 0.05)\ \ \text{Фм}^2\ . \tag{28}$$

В итоге получим

$$\Delta\alpha_{\pi^{\pm}} = (14.85 \pm 0.55) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ , \tag{29}$$

$$\Delta\alpha_{K^{\pm}} = (3.31 \pm 0.49) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ . \tag{30}$$

Итак, экспериментально измеряемые комптоновские поляризуемости $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$-мезонов $\bar{\alpha}$ в рамках пуанкаре-ковариантной модели имеют следующие значения:

$$\bar{\alpha}_{\pi^{\pm}} = \left[\underbrace{0.14 \pm 0.11}_{\alpha_0} + \underbrace{14.85 \pm 0.55}_{\Delta\alpha}\right] \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3 = (14.99 \pm 0.56) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ , \tag{31}$$

$$\bar{\alpha}_{K^{\pm}} = \left[\underbrace{0.37 \pm 0.29}_{\alpha_0} + \underbrace{3.31 \pm 0.49}_{\Delta\alpha}\right] \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3 = (3.68 \pm 0.57) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ . \tag{32}$$

Как видно, статическая поляризуемость α_0 для $\pi^{\pm}$-мезона намного меньше, чем значение $\Delta\alpha_{\pi^{\pm}}$ (27). Для $K^{\pm}$-мезонов это соотношение между статической и $\Delta\alpha_{K^{\pm}}$ изменяется, но все же добавочное слагаемое играет доминирующую роль.

Значение поляризуемости в пуанкаре-ковариантной модели для $K^{\pm}$ мезонов сильно отличается от предсказаний [13], полученных в рамках киральной пертурбативной теории, основанной на построении эффективного лагранжиана взаимодействия адронов, однако находится ближе к результатам, полученным на основе алгебры токов [14] и кирального лагранжиана, построенного в [15]. Значение (32) неплохо коррелирует с нерелятивистской кварковой моделью с осцилляторными силами [3] (следует отметить, что в данном расчете пренебрегалось нарушением $SU(3)$ симметрии для масс кварков).

Что касается значения электрической поляризуемости заряженных пионов, то полученное в рамках РГД значение (31) близко к среднему экспериментальному значению (26) и достаточно далеко отстоит от средневзвешенного значения (25). Таким образом, на данный момент, как в теоретических предсказаниях, так и в экспериментальных данных, наблюдается относительно большой разброс полученных результатов, что подтверждает необходимость экспериментального определения поляризуемости пионов с большей точностью.

4.3 Комптоновская магнитная поляризуемость мезонов

Проводя вычисления соответствующих интегралов и используя такие же значения модельных параметров и экспериментальных данных, что и при расчетах электрической поляризуемости мезонов, получим следующие оценки для $\bar{\beta}$:

$$\bar{\beta}_{\pi^{\pm}} = (-2.91 \pm 0.16) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ , \tag{33}$$

$$\bar{\beta}_{K^{\pm}} = (-3.04 \pm 0.13) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ . \tag{34}$$

Значение магнитной поляризуемости $\pi^{\pm}$ (33) хорошо согласуется с достаточно большим количеством модельных расчетов. Что касается магнитной поляризуемости каонов (34), то ее значение коррелирует со значениями, полученными в модели конфайнмированных кварков [16] и нелокальной киральной кварковой модели [17].

Вычисления для тяжелых $D^{\pm}$, $D_s^{\pm}$–мезонов дают, что

$$\bar{\beta}_{D^{\pm}} = (-0.136 \pm 0.001) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ ,\ \bar{\beta}_{D_s^{\pm}} = (-0.047 \pm 0.004) \times 10^{-4}\ \text{Фм}^3\ . \tag{35}$$

5. Электромагнитные форм-факторы псевдоскалярных мезонов в пуанкаре-ковариантной модели

В импульсном приближении вершина взаимодействия виртуального фотона псевдоскалярного мезона с учетом кварковой структуры определяется посредством

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_{\mu} &= {}_{\text{out}}\langle Q'|\, J^{h}_{\mu}(0)\,|Q\rangle_{\text{in}} = \\ &= \frac{F_P(t)\,(Q+Q')_{\mu}}{(2\pi)^3\sqrt{4\omega_M(\mathrm{Q})\,\omega_M(\mathrm{Q}')}} = \frac{F_P(t)\,(V_Q+V_{Q'})_{\mu}}{(2\pi)^3\sqrt{4V_0V_0'}}\ ,\quad t=-(Q'-Q)^2\ .\end{aligned} \tag{36}$$

Поправки, связанные с сильными взаимодействиями, учтем введением форм-факторов кварков $f_{q,Q}(t)$ [18, 19] в виде:

$$f_q(t) = \frac{1}{1+\ln\left(1+\langle r_q^2\rangle t/6\right)}\ , \tag{37}$$

где $\langle r_q^2\rangle$ – среднеквадратичный радиус кварка, который рассматривается как параметр модели.

Среднеквадратичный радиус кварка выберем в виде [19]

$$\langle r_q^2\rangle = \frac{a}{m_q^2}\ , \tag{38}$$

где a -некоторый универсальный параметр, который имеет одно и тоже значение для всех кварков. При вычислениях, пренебрегаем аномальными магнитными моментами кварков в явном виде. Неопределенность, возникающую в этом случае, эффективно учтем ошибкой коэффициента a (см. (51)).

После вычисления форм-фактор псевдоскалярного мезона $F_P(t)$ в пуанкаре-ковариантной модели, основанной на точечной форме РГД запишется в виде:

$$\begin{aligned}F_P(t) &= \frac{1}{2\sqrt{2}}\int\limits_0^{\infty}\mathrm{dk}\,\mathrm{k}^2\int\limits_0^{\pi}\mathrm{d}(\cos\theta_k)\ \Phi(\mathrm{k})\sqrt{\frac{1}{\omega_{m_q}(\mathrm{k})\,\omega_{m_Q}(\mathrm{k})}}\ e_q f_q(t)\ \times \\ &\times\left[\frac{\Phi^*(\mathrm{k}_2)}{\sqrt{(\varpi_2+1)}}\sqrt{\frac{\omega_{m_Q}(\mathrm{k}_2)}{\omega_{m_q}(\mathrm{k}_2)}}\frac{h_2(\mathrm{k},\ \cos\theta_k,\ \varpi_2)}{\sqrt{\omega_{m_q}(\mathrm{k})+m_q}\ \sqrt{\omega_{m_q}(\mathrm{k}_2)+m_q}}\right] + e_Q f_Q(t)\ \times \\ &\times\left[\frac{\Phi^*(\mathrm{k}_1)}{\sqrt{(\varpi_1+1)}}\sqrt{\frac{\omega_{m_q}(\mathrm{k}_1)}{\omega_{m_Q}(\mathrm{k}_1)}}\frac{h_1(\mathrm{k},\ \cos\theta_k,\ \varpi_1)}{\sqrt{\omega_{m_Q}(\mathrm{k})+m_Q}\ \sqrt{\omega_{m_Q}(\mathrm{k}_1)+m_Q}}\right]\end{aligned} \tag{39}$$

где

$$\varpi_1 = \varpi_{12}\Big|_{\mathbf{k}'=\mathbf{k}_1} \approx 1 + t\frac{\omega^2_{m_q}(\mathrm{k})}{\left(\mathrm{k}^2 x^2 - \omega^2_{m_q}(\mathrm{k})\right)\left(\omega_{m_q}(\mathrm{k}) + \omega_{m_Q}(\mathrm{k})\right)}\,, \tag{40}$$

$$\varpi_2 = \varpi_{12}\Big|_{\mathbf{k}'=\mathbf{k}_2} \approx 1 + t\frac{\omega^2_{m_Q}(\mathrm{k})}{\left(\mathrm{k}^2 x^2 - \omega^2_{m_Q}(\mathrm{k})\right)\left(\omega_{m_q}(\mathrm{k}) + \omega_{m_Q}(\mathrm{k})\right)}\,, \tag{41}$$

и

$$\begin{aligned} h_1(\mathrm{k}, \cos\theta_k, \varpi_1) = \mathrm{k}\left(-\mathrm{k}\cos\theta_k(\varpi_1 - 1) + \omega_{m_Q}(\mathrm{k})\sqrt{\varpi_1^2 - 1}\right) \times \\ \times\left(\sin\theta_k \sin\alpha_{W_1} + \cos\theta_k\cos\alpha_{W_1}\right) + \\ + \cos\alpha_{W_1}\left(\omega_{m_Q}(\mathrm{k}) + m_Q\right)\left(\omega_{m_Q}(\mathrm{k}) + \omega_{m_Q}(\mathrm{k}_1)\right)\,, \end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned} h_2(\mathrm{k}, \cos\theta_k, \varpi_2) = \mathrm{k}\left(\mathrm{k}\cos\theta_k(\varpi_2 - 1) + \omega_{m_q}(\mathrm{k})\sqrt{\varpi_2^2 - 1}\right) \times \\ \times\left(\sin\theta_k \sin\alpha_{W_2} - \cos\theta_k\cos\alpha_{W_2}\right) + \\ + \cos\alpha_{W_2}\left(\omega_{m_q}(\mathrm{k}) + m_q\right)\left(\omega_{m_q}(\mathrm{k}) + \omega_{m_q}(\mathrm{k}_2)\right) \end{aligned} \tag{43}$$

с тригонометрическими функциями от углов вигнеровских вращений

$$\cos\alpha_{W_1} = \frac{1 + \upsilon_{Q_1}\mathrm{u}_{k_1}\cos\theta_k}{\sqrt{1 + 2\upsilon_{Q_1}\mathrm{u}_{k_1}\cos\theta_k + \upsilon^2_{Q_1}\mathrm{u}^2_{k_1}}}\,, \tag{44}$$

$$\sin\alpha_{W_1} = \frac{1 + \upsilon_{Q_1}\mathrm{u}_{k_1}\sin\theta_k}{\sqrt{1 + 2\upsilon_{Q_1}\mathrm{u}_{k_1}\cos\theta_k + \upsilon^2_{Q_1}\mathrm{u}^2_{k_1}}}\,, \tag{45}$$

$$\cos\alpha_{W_2} = \frac{|1 - \upsilon_{Q_2}\mathrm{u}_{k_2}\cos\theta_k|}{\sqrt{1 - 2\upsilon_{Q_2}\mathrm{u}_{k_2}\cos\theta_k + \upsilon^2_{Q_2}\mathrm{u}^2_{k_2}}} \tag{46}$$

$$\sin\alpha_{W_2} = \frac{1 + \upsilon_{Q_2}\mathrm{u}_{k_2}\sin\theta_k}{\sqrt{1 - 2\upsilon_{Q_2}\mathrm{u}_{k_2}\cos\theta_k + \upsilon^2_{Q_2}\mathrm{u}^2_{k_2}}}\,, \tag{47}$$

$$\upsilon_{Q_{1,2}} = \sqrt{\frac{\varpi_{1,2} - 1}{\varpi_{1,2} + 1}}\,. \tag{48}$$

. При $t = 0$ из (39) следует, что $F_P(0) = 1$.

Для определения среднеквадратичного радиуса используем определение

$$F_P(t) \approx 1 - \left\langle r_P^2 \right\rangle \frac{t}{6}\,. \tag{49}$$

При расчете форм-факторов остается только один свободный параметр a, для которого в случае заряженного пиона с параметрами (19) получим

$$\left\langle r_\pi^2\right\rangle = \frac{2}{3}\left\langle r_u^2\right\rangle + \frac{1}{3}\left\langle r_d^2\right\rangle + 0.353\ \text{Фм}^2 = \frac{a}{3}\left(\frac{2}{m_u^2} + \frac{1}{m_d^2}\right) + 0.353\ \text{Фм}^2\,. \tag{50}$$

Из (50) находим, что

$$a = 0.033 \pm 0.010\ . \tag{51}$$

Тогда среднеквадратичный радиус π-мезона

$$\left\langle r^2_{\pi^\pm} \right\rangle = \left(0.416^{+0.035}_{-0.033}\right)\ \text{Фм}^2 \tag{52}$$

находится в доверительном интервале средневзвешенного значения, полученного в результате исследований реакции $e^- + \pi \to e^- + \pi$ [20, 21]

$$\left\langle r^2_{\pi^\pm} \right\rangle_{exp} = (0.439 \pm 0.07)\ \text{Фм}^2\ . \tag{53}$$

Вычисление среднеквадратичного радиуса $K^\pm$–мезона с использованием соотношения (49) и параметров (20) дает, что

$$\left\langle r^2_{K^\pm} \right\rangle = \left(0.355^{+0.038}_{-0.035}\right)\ \text{Фм}^2\ . \tag{54}$$

Модельный расчет полностью лежит в экспериментальном доверительном интервале [12]:

$$\left\langle r^2_{K^\pm} \right\rangle_{exp} = (0.34 \pm 0.05)\ \text{Фм}^2\ , \tag{55}$$

но значительно выше среднего значения полученного в [22]

$$\left\langle r^2_{K^\pm} \right\rangle_{exp} = (0.28 \pm 0.05)\ \text{Фм}^2\ . \tag{56}$$

Вычисления для K^0–мезона, аналогичные расчетам радиусов заряженных пионов и каонов, дают, что

$$\left\langle r^2_{K^0} \right\rangle = (-0.037 \pm 0.002)\ \text{Фм}^2\ . \tag{57}$$

Значение (57) не противоречит данным [23]

$$\left\langle r^2_{K^0} \right\rangle_{exp} = (-0.054 \pm 0.026)\ \text{Фм}^2\ , \tag{58}$$

хотя и больше чем результат, полученный при анализе реакции $K_L \to \pi^+\pi^- e^+ e^-$ [24]

$$\left\langle r^2_{K^0} \right\rangle_{exp} = (-0.076 \pm 0.021)\ \text{Фм}^2\ . \tag{59}$$

Таким образом, в рамках пуанкаре-ковариантной модели, основанной на точечной форме РГД, получено самосогласованное описание масс, лептонных констант и электромагнитных характеристик псевдоскалярных и векторных мезонов, таких как: среднеквадратичные радиусы, электрическая и магнитная поляризуемости. При этом результаты расчетов удовлетворительно согласуются с современными экспериментальными данными.

Abstract. The paper presents the calculations of the following characteristics of mesons: electric and magnetic polarizabilities, mean-square radii. The obtained results of the calculations totally agree with the existing experimental data.

Литература

1. About the electromagnetic corrections to the polarizabilities of a charged pion / A. A. Akhundov, D. Y. Bardin, G. Mitselmakher, A. G. Olszewski // Sov. J. Nucl. Phys. — 1985. — V. 42. — P. 426.

2. Mark II Collaboration: Boyer J. *et al.*,. Two photon production of pion pairs / Mark II Collaboration: Boyer J. *et al.* // Phys.Rev. — 1990. — V. D42. — P. 1350–1367.

3. Петрунькин, В. А. Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В. А. Петрунькин // ЭЧАЯ. — 1981. — Т. 12. — С. 692–753.

4. Moinester, M. Pion and kaon polarizabilities at CERN COMPASS / M. Moinester // Czech. J. Phys. — 2003. — V. 53. — P. B169–B187.

5. Андреев, В. В. Электрослабые характеристики адронов в релятивистских кварковых моделях / В. В. Андреев, Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова // Вестник Фонда Фундаментальных Исследований. — 1999. — № 3. — С. 14–31.

6. Andreev, V. V. Static electric polarizability of charged bound relativistic system / V. V. Andreev, N. V. Maksimenko // Proc. of Int. school-seminar "Actual problems of Microworld Physics", 28 July - 8 August 2003, Gomel, Belarus / ed. by P. Starovoitov; JINR. — V. 2. — Dubna: JINR, 2004. — P. 155–175.

7. Андреев, В. В. Статическая электрическая поляризуемость π^0- мезона в пуанкаре-ковариантной модели со скалярными кварками / В. В. Андреев, Н. В. Максименко // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. — 2001. — № 5(8). — С. 13–17.

8. Andreev, V. V. Compton polarizabilities of pi-mesons in relativistic Hamiltonian dynamics / V. V. Andreev // Proceedings of the 16th International spin physics symposium (SPIN2004), 10-16 October, 2004, Trieste, Italy / ed. by K. Aulenbacher, F. Bradamante, A. Bressan, A. Martin; INFN, Trieste. — Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2005. — P. 231–234.

9. Андреев, В. В. Комптоновская поляризуемость каонов в релятивистской гамильтоновой динамике / В. В. Андреев, А. Ф. Крутов // Вестник Самарского Государственного Университета. Естественно-научная серия. Специальный выпуск. — 2004. — С. 111–127.

10. Максименко, Н. В. Эффект релятивистского "дрожания" кварков в электрической поляризуемости мезонов / Н. В. Максименко, С. Г. Шульга // ЯФ. — 1993. — Т. 56. — С. 201–205.

11. Klevansky, S. P. The Das-Mathur-Okubo sum rule for the charged pion polarizability in a chiral model / S. P. Klevansky, R. H. Lemmer, C. A. Wilmot // Phys. Lett. — 1999. — V. B457. — P. 1–8.

12. Amendolia, S. R. A Measurement of the kaon charge radius / S. R. Amendolia, et al. // Phys. Lett. — 1986. — V. B178. — P. 435.

13. Holstein, B. R. Pion polarizability and chiral symmetry / B. R. Holstein // Comments Nucl. Part. Phys A. — 1990. — V. 19. — P. 221–238.

14. Терентьев, М. В. О структуре волновых функций мезонов как связанных состояний релятивистских кварков / М. В. Терентьев // Ядерная физика. — 1976. — Т. 25, № 1. — С. 207–213.

15. Pervushin, V. N. Pion polarizability in chiral quantum field theory / V. N. Pervushin, M. K. Volkov // Phys. Lett. B. — 1975. — P. 405–408.

16. Ivanov, M. A. Pion and kaon polarizabilities in the quark confinement model / M. A. Ivanov, T. Mizutani // Phys. Rev. — 1992. — V. D45. — P. 1580–1601.

17. Radzhabov, A. E. Charged pion polarizability in the nonlocal quark model of Nambu-Jona-Lasinio type / A. E. Radzhabov, M. K. Volkov // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2005. — V. 2. — P. 1–3.

18. Крутов, А. Ф. Электрослабые свойства легких мезонов в релятивистской модели составных кварков / А. Ф. Крутов // ЯФ. — 1997. — Т. 60, № 8. — С. 1442–1450.

19. Krutov, A. Relativistic instant–form approach to the structure of two–body composite systems / A. Krutov, V. E. Troitsky // Phys. Rev. C. — 2002. — P. 045501.

20. Amendolia, S. R. A measurement of the space-like pion electromagnetic form-factor / S. R. Amendolia, et al. // Nucl. Phys. — 1986. — V. B277. — P. 168–216.

21. Eschrich, I. Measurement of the Sigma- charge radius by Sigma- electron elastic scattering / I. Eschrich, et al. // Phys. Lett. — 2001. — V. B522. — P. 233–239.

22. Dally, E. B. Direct measurement of the negative kaon form-factor / E. B. Dally, et al. // Phys. Rev. Lett. — 1980. — V. 45. — P. 232–235.

23. Molzon, W. R. K(S) Regeneration on electrons from 30-Gev/c to 100-Gev/c: a measurement of the K0 radius / W. R. Molzon, et al. // Phys. Rev. Lett. — 1978. — V. 41. — P. 1213.

24. Lai, A. Investigation of K(L,S) -> pi+ pi- e+ e- decays / A. Lai, et al. // Eur. Phys. J. — 2003. — V. C30. — P. 33–49.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступило 12.05.08