

УДК 519.2

Исследования по теории массового обслуживания в Гомельском университете

Ю. В. Малинковский, Ю. Е. Летунович

Исследования по теории вероятностей и математической статистике в Республике Беларусь связано с приглашением в 1974 году профессора Геннадия Алексеевича Медведева на должность заведующего открывшейся кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета. Им создана известная белорусская вероятностная школа, включающая такие направления исследований как теория массового обслуживания, теория случайных процессов, многомерный статистический анализ, теория стационарных процессов и временных рядов, финансовая и актуарная математика и др. Широкую известность в мире получила Белорусская школа по теории массового обслуживания, которая регулярно проводится в виде тематических международных конференций начиная с 1985 года в разных областных центрах республики. Очередная, 17-ая конференция, под названием "Современные математические методы анализа и оптимизации телекоммуникационных сетей" проводилась в Гомельском государственном университете им. Ф.Скорины 23 — 25 сентября 2003 года. Последняя, 20-ая, конференция прошла в конце января 2009 года в Минске.

Основателем Гомельской школы по мультипликативным сетям массового обслуживания является заведующий кафедрой экономической кибернетики и теории вероятностей, доктор физико-математических наук, профессор Малинковский Юрий Владимирович. Среди первых аспирантов Ю.В. Малинковского была доцент кафедры экономической кибернетики и теории вероятностей, кандидат физико-математических наук Якубович Оксана Владимировна.

Приведем перечень защищенных диссертаций на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по мультипликативным сетям массового обслуживания.

1. Ковалев Евгений Аркадьевич — "Факторизация стационарного распределения в сетях массового обслуживания" (7 июня 1988г. в Совете Д 061.01.06 при Вильнюсском государственном университете им. В.Капсукаса);

2. Крыленко Александр Владимирович — "Стационарное функционирование сетей с обходами и несколькими классами заявок" (18 ноября 1998г. в Совете Д 02.01.08 при БГУ; защита состоялась в конце 2-го года обучения в аспирантуре);

3. Якубович Оксана Владимировна — "Стационарное распределение вероятностей состояний сетей обслуживания с обходами" (14 января 2000 года в Совете Д 02.01.08 при БГУ);

4. Евдокимович Владислав Евгеньевич — "Стационарное распределение сетей обслуживания с характеристиками обслуживания и маршрутизации, зависящими от их состояния" (23 мая 2003г. в Совете Д 02.01.07 при БГУ);

5. Довженок Татьяна Степановна — "Инвариантность стационарного распределения в сетях с нетрадиционными механизмами обслуживания и маршрутизации" (23 мая 2003г. в Совете Д 02.01.07 при БГУ);

6. Кравченко Светлана Витальевна — "Стационарное распределение состояний сетей обслуживания с отрицательными заявками и обходами" (27 июня 2003г. в Совете Д 02.01.07 при БГУ);

7. Тюриков Михаил Юрьевич — "Мультипликативность стационарного распределения марковских сетей обслуживания с многоадресной и динамической маршрутизациями" (19 марта 2004г. в Совете Д 02.01.07 при БГУ);

8. Нуеман Абдул-Рахман Юсеф (Сирия) — "Инвариантная мера марковских процессов в сетях с многорежимными стратегиями обслуживания" (19 марта 2004г. в Совете Д 02.01.07 при БГУ);

9. Гаврилюк А.А.— "Стационарное распределение сетей с многорежимным обслуживанием и зависящими от состояния интенсивностями переходов" (15 июня 2007г. в Совете Д 02.01.07 при БГУ);

10. Старовойтов А.Н. — "Инвариантность стационарного распределения сетей с многорежимными стратегиями обслуживания" (26 сентября 2008г. в Совете Д 02.01.07 при БГУ).

Результаты Гомельской научной школы по мультипликативным сетям массового обслуживания до 2004 года приведены в обзоре [1]. Изложим основные результаты, которые были получены после выхода указанного обзора.

1 Сети с многорежимным обслуживанием и зависящими от состояния интенсивностями переходов

В работах Гаврилюка А.А. [2–5] рассмотрены сети с многорежимными стратегиями обслуживания и интенсивностями переходов, зависящими от состояния всей сети. Для таких сетей получены следующие результаты:

1) доказано достаточное условие эргодичности, а также найдено в обобщённой мультипликативной форме стационарное распределение для открытых сетей массового обслуживания с зависящими от состояния сети многорежимными стратегиями обслуживания;

2) установлено достаточное условие эргодичности и найдено в обобщённой мультипликативной форме инвариантное распределение для открытых сетей массового обслуживания с зависящими от состояния сети многорежимными стратегиями обслуживания и динамическими вероятностными обходами узлов заявками;

3) установлено условие существования и единственности стационарного распределения, доказана его достаточность для эргодичности марковского процесса состояний, а также найдены в обобщённой мультипликативной форме стационарные вероятности состояний для открытых сетей массового обслуживания с зависящими от состояния сети многорежимными стратегиями обслуживания, отрицательными заявками и обходами.

2 Инвариантность стационарного распределения сетей с многорежимными стратегиями обслуживания

В работах Старовойтова А.Н. [6–11] рассматривались сети массового обслуживания с многорежимными стратегиями при произвольных распределениях величин работ, требующихся для обслуживания заявок, и (или) при произвольных распределениях величин работ, необходимых для переключения режимов функционирования приборов.

Эти результаты обобщают полученные Ю.В. Малинковским и А.Ю. Нуеманом для сетей с экспоненциальными длительностями обслуживания и пребывания в режимах. Для таких сетей:

1) установлено достаточное условие эргодичности и найдено стационарное распределение вероятностей состояний для открытых и замкнутых сетей с многорежимными стратегиями обслуживания в случае, когда функция распределения количества работы, необходимого для обслуживания требования, является произвольной, заявки в узлах обслуживаются согласно симметричным дисциплинам LCFS с дообслуживанием, "обобщённое разделение процессора". Стационарное распределение имеет мультипликативную форму;

2) найдено стационарное распределение вероятностей состояний для открытых и замкнутых сетей с многорежимными стратегиями обслуживания в случае, когда функция распределения количества работы, необходимого для переключения режима функционирования прибора, является произвольной, а скорость выполнения указанной работы зависит от количества остаточной работы. Стационарное распределение имеет мультипликативную форму;

3) установлено достаточное условие эргодичности и найдено стационарное распределение вероятностей состояний для открытых и замкнутых сетей с многорежимными стратегиями обслуживания в случае, когда функция распределения количества работы, необходимого для обслуживания требования, и функция распределения количества работы, необходимого для переключения режима функционирования прибора, являются произвольными, заявки в узлах обслуживаются согласно симметричным дисциплинам LCFS с дообслуживанием, "обобщённое разделение процессора". И в этом случае стационарное распределение имеет мультипликативную форму.

3 Стационарное распределение неоднородных сетей с многорежимными стратегиями обслуживания

В работах Ю.Е. Летунович [12, 13] исследованы открытые сети массового обслуживания с многорежимными каналами, в которых циркулируют заявки нескольких типов. Для таких моделей были рассмотрены такие дисциплины обслуживания как LCFS и IS. Были найдены необходимые и достаточные условия обратимости изолированного узла, достаточные условия эргодичности процесса состояний сети. При выполнении этих условий в узлах сети получено стационарное распределение вероятностей состояний сети в форме произведения сомножителей, характеризующих отдельные узлы. Вид стационарного распределения сети получен с помощью метода обращения времени, получившего широкое распространение в теории массового обслуживания. Указанные модели были усложнены наличием отрицательных заявок нескольких типов и информационных сигналов повышения и понижения режима.

4 Сети массового обслуживания с различными типами сигналов и ограничением на время пребывания

В работах О.В. Якубович [14–16] рассматриваются модели открытой сети, в которую поступает несколько типов положительных заявок и несколько типов сигналов, которые могут оказать на узлы воздействия трёх типов: уменьшают длину очереди на единицу, увеличивают длину очереди на единицу или не производят никакого изме-

нения. Время пребывания в очереди узла для положительных заявок каждого типа ограничено экспоненциальной случайной величиной. Для таких моделей стационарное распределение вероятностей состояний сети найдено в форме произведения сомножителей, характеризующих отдельные узлы.

5 Сети с групповыми перемещениями

В работах Е. В. Коробейниковой и Ю.В. Малинковского [17, 18] рассматривались сети с групповым поступлением и групповым обслуживанием заявок. Искались условия, при которых стационарное распределение вероятностей состояний имело форму произведения либо геометрических, либо смещённых геометрических распределений. Рассматривались модели как с линейным, так и с нелинейным трафиком. Для таких моделей были получены достаточные и необходимые и достаточные условия мультипликативности стационарного распределения. Одна из рассмотренных моделей связана с сообщениями, которые могут поступать в сеть извне и после обслуживания передаваться в другие узлы. Поступающие сообщения формируют группу заявок, попадающих в узлы. Заявки обслуживаются группами случайного размера и после обслуживания удаляются из сети, передавая с некоторой вероятностью сообщения на другие узлы. Установлен критерий мультипликативности стационарного распределения, а с помощью этого критерия найдено необходимое и достаточное условие того, что стационарное распределение вероятностей состояний имеет форму произведения смещённых геометрических распределений. Для модели с дополнительным пуассоновским потоком и нелинейным трафиком построена сходящаяся итерационная процедура решения уравнений трафика. Для ряда моделей удалось избавиться от ограничения, связанного с дополнительным поступлением заявок в пустой узел.

В работах Ю.С. Боярович и Ю.В. Малинковского [19, 20] рассматривались несколько более общие модели сетей с групповыми перемещениями. В ряде моделей рассматривались сети с отрицательными заявками и сигналами. В других моделях исследовались сети с блокировками приборов. При этом рассматривались как открытые, так и замкнутые сети, как с линейным, так и с нелинейным трафиком. Основным методом являлся метод обращения времени и анализа разнообразных производящих функций. Для одних моделей получено достаточное условие для представления стационарного распределения в форме произведения геометрических распределений, для других моделей удалось установить необходимое и достаточное условие. В некоторых моделях предполагалось, что в узлы, свободные от заявок, поступают дополнительные пуассоновские потоки.

Abstract. The results on the investigations on the theory of mass service in Gomel University are considered in the paper.

Литература

1. Малинковский, Ю.В. Гомельская школа по мультипликативным сетям массового обслуживания. История и основные результаты / Ю.В. Малинковский, О.В. Якубович // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. – 2005. – №3 (30). – С. 117 - 150.

2. Гаврилюк, А.А. Модель открытой экспоненциальной сети массового обслуживания с зависящими от состояния сети многорежимными стратегиями обслуживания и динамическими вероятностными обходами узлов заявками / А.А. Гаврилюк, Ю.В. Малинковский / А.А.Гаврилюк // Вестник Гродненского гос. ун-та.–2004.– Сер. 2, №2.– С. 42-48.
3. Гаврилюк, А.А. Инвариантное распределение открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с зависящими от состояния сети многорежимными стратегиями обслуживания / А.А. Гаврилюк, Ю.В. Малинковский // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины.–2004.–№4 (25).– С. 124-128.
4. Гаврилюк, А.А. Сети массового обслуживания с динамическими обходами узлов заявками и многорежимными стратегиями обслуживания / А.А. Гаврилюк // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2005. – № 5 (32). – С. 138 - 140.
5. Гаврилюк, А.А. Сети массового обслуживания с многорежимными стратегиями обслуживания, отрицательными заявками и обходами / А.А. Гаврилюк // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2006.– № 4(37).– С. 146-148.
6. Старовойтов, А.Н. Инвариантность стационарного распределения состояний открытой сети с многорежимными стратегиями обслуживания / А.Н. Старовойтов // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2005. – № 5 (32). – С. 169 - 171.
7. Старовойтов, А.Н. Об инвариантности стационарных распределений вероятностей состояний открытой сети с многорежимными стратегиями обслуживания / А.Н. Старовойтов // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2006.–№ 4(37).– С. 159-161.
8. Старовойтов, А.Н. Инвариантность стационарного распределения состояний сетей с многорежимными стратегиями обслуживания / А.Н. Старовойтов // Проблемы передачи информации. – 2006.– Т. 4, № 4.– С. 121-128.
9. Старовойтов, А.Н. Сети с многорежимным обслуживанием, отрицательными заявками и произвольным временем пребывания в режимах / А.Н. Старовойтов // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2007.–№ 6 (45).– С.193 - 197.
10. Старовойтов, А.Н. Кусочно-линейные сети с многорежимными стратегиями обслуживания / А.Н.Старовойтов // Журнал "Автоматика и телемеханика".– 2008.–№6.– С. 107-116.
11. Евдокимович, В.Е. Стационарное распределение вероятностей состояний сетей с многорежимными стратегиями при произвольных распределениях длительностей обслуживания и переключения / В.Е.Евдокимович, А.Н.Старовойтов // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат навук.–2008.–№ 1.– С. 108-116.
12. Летунович, Ю.Е. Обращение времени в открытых сетях с несколькими типами заявок и многорежимными стратегиями обслуживания / Ю.Е. Летунович // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2007.–№ 6 (45).– С.169 -174.
13. Летунович, Ю.Е. Открытые неоднородные сети с бесконечными узлами и многорежимными стратегиями обслуживания / Ю.Е.Летунович // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. – 2008.–№5(50).– С. 192-195.
14. Якубович, О.В. Сети массового обслуживания с сигналами и ограниченным временем ожидания в очередях / О.В. Якубович // Известия Гомельского государственного

ного университета им. Ф.Скорины.–2006.–№ 4(37).– С. 174-177.

15. Якубович, О.В. Стационарное распределение сети массового обслуживания с различными типами отрицательных и положительных заявок и ограничением на время ожидания/ О.В. Якубович // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2007.– № 6 (45).– С.198-202.

16. Якубович, О.В. Стационарное распределение сети массового обслуживания с различными типами сигналов и положительных заявок и ограничением на время / О.В.Якубович // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.–2008.–№5(50).– С. 207-211.

17. Коробейникова, Е.В. Мультипликативность стационарного распределения в открытых сетях с многорежимными стратегиями обслуживания и с обходами узлов заявками/ Е.В. Коробейникова // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. – 2005. – № 5 (32). – С. 145 - 149.

18. Малинковский, Ю.В. Стационарное распределение сети с групповыми перемещениями в мультипликативной форме./Ю.В.Малинковский, Е.В. Коробейникова // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.– 2008.–№5(50).– С. 210-213.

19. Боярович, Ю.С.. Стационарное распределение сетей с групповым поступлением и групповым обслуживанием заявок, действующих по принципу количественного приоритета/ Ю.С. Боярович // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины.–2007.–№ 6 (45).– С.155-159.

20. Боярович, Ю.С. Стационарное распределение сетей с групповым поступлением положительных и отрицательных заявок и ограниченным групповым обслуживанием / Ю.С.Боярович // Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. –2008.–№5(50).– С. 178-181.