Известия Гомельского государственного университета
имени Ф.Скорины, №5(62), 2010

УДК 512.542

О приводимых n-кратно ω-насыщенных формациях с разрешимым l_n^ω-дефектом 2

В. Г. Сафонов, И. Н. Сафонова

Введение. Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Используются определения и обозначения, принятые в [1–3].

Понятие $\mathfrak{H}_l$-дефекта насыщенной формации, введенное в совместной работе А.Н.Скибы и Е.А.Таргонского [4], оказалось довольно эффективным инструментом изучения структурного строения насыщенных формаций на основе свойств некоторой ее насыщенной подформации. Под $\mathfrak{H}_l$-дефектом насыщенной формации $\mathfrak{F}$ понимают длину решетки $\mathfrak{F}/_l\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}$ насыщенных формаций, заключенных между формациями $\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{F}$.

Такой подход оказался не менее эффективным при изучении структурного строения формаций других типов: n-кратно и тотально насыщенных формаций [5–10], частично насыщенных формаций [11–21], функторно замкнутых n-кратно и тотально насыщенных формаций [2, 10]).

В данной статье, развивая наблюдения работы [14], мы получили описание приводимых n-кратно ω-насыщенных формаций с разрешимым l_n^ω-дефектом 2. Результат анонсирован в [22].

1 Определения и обозначения. Пусть ω — непустое множество простых чисел. Символом $G_{\omega d}$ обозначается наибольшая нормальная в G подгруппа, у которой каждый композиционный фактор является ωd-группой (если таких подгрупп в G нет, то полагают $G_{\omega d}=1$). Всякую функцию вида $f\ :\ \omega\ \cup\ \{\ \omega'\ \}\ \longrightarrow$ {формации} называют ω-локальным спутником. Через $LF_\omega(f)$ обозначают класс всех таких групп G, что $G/G_{\omega d}\in f(\omega')$ и $G/F_p(G)\in f(p)$ для любого $p\in\omega\cap\pi(G)$. Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F}=LF_\omega(f)$, то говорят, что $\mathfrak{F}$ является ω-локальной формацией, а f — ω-локальным спутником формации $\mathfrak{F}$. Формация $\mathfrak{F}$ называется ω-насыщенной, если ей принадлежит всякая группа G с $G/L\in\mathfrak{F}$, где $L\subseteq O_\omega(G)\cap\Phi(G)$. Как было показано в [3, 23] формация $\mathfrak{F}$ является ω-насыщенной тогда и только тогда, когда она ω-локальна.

Пусть $\mathfrak{X}$ — некоторый класс групп. Тогда через $l_n^\omega\mathrm{form}\mathfrak{X}$ обозначают n-кратно ω-насыщенную формацию, порожденную классом групп $\mathfrak{X}$, т.е. пересечение всех n-кратно ω-насыщенных формаций, содержащих $\mathfrak{X}$. При этом, если $\mathfrak{X}=\{G\}$, то формацию $l_n^\omega\mathrm{form}G$ называют однопорожденной n-кратно ω-насыщенной формацией. Заметим, что множество l_n^ω всех n-кратно ω-насыщенных формаций относительно включения $\subseteq$ образует полную модулярную решетку [24]. Понятно, что в этой решетке $\vee_n^\omega(\mathfrak{F}_i|i\in I)=l_n^\omega\mathrm{form}(\cup_{i\in I}\mathfrak{F}_i)$ и $\cap_{i\in I}\mathfrak{F}_i$ являются, соответственно, точной верхней и точной нижней гранями для подмножества $\{\mathfrak{F}_i|i\in I\}$ из l_n^ω.

Пусть $\mathfrak{F}$ — некоторая n-кратно ω-насыщенная формация, $\mathfrak{H}$ — произвольный класс групп. Формацию $\mathfrak{F}$ называют минимальной n-кратно ω-насыщенной не $\mathfrak{H}$-формацией ($\mathfrak{H}_n^\omega$-критической формацией), если $\mathfrak{F}\not\subseteq\mathfrak{H}$, но все ее собственные n-кратно ω-насыщенные подформации из $\mathfrak{F}$ содержатся в классе групп $\mathfrak{H}$.

Если $\mathfrak{H}$ — n-кратно ω-насыщенная формация, то $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефектом n-кратно ω-насыщенной формации $\mathfrak{F}$ называют длину решетки $\mathfrak{F}/_n^\omega\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}$ n-кратно ω-насыщенных формаций, заключенных между $\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{F}$, и обозначают через $|\mathfrak{F}:\mathfrak{F}\cap\mathfrak{H}|_n^\omega$. Если $\mathfrak{H}=\mathfrak{S}$, то $\mathfrak{S}_n^\omega$-дефект n-кратно ω-насыщенной формации называют ее разрешимым l_n^ω-дефектом.

n-Кратно ω-насыщенную формацию $\mathfrak{F}$ называют l_n^ω-неприводимой, если $\mathfrak{F}\neq l_n^\omega\mathrm{form}(\cup_{i\in I}\mathfrak{X}_i)=\vee_n^\omega(\mathfrak{X}_i|i\in I)$, где $\{\mathfrak{X}_i|i\in I\}$ — набор всех собственных n-кратно ω-насыщенных подформаций из $\mathfrak{F}$. В противном случае формацию $\mathfrak{F}$ называют l_n^ω-приводимой.

2 Вспомогательные результаты. Для доказательства основного результата нам понадобятся некоторые известные факты теории формаций, которые мы сформулируем ввиде следующих лемм.

Лемма 1 [14]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — n-кратно ω-насыщенная формация. Тогда и только тогда разрешимый l_n^ω-дефект формации $\mathfrak{F}$ равен 1, когда $\mathfrak{F}=\mathfrak{M}\vee_n^\omega\mathfrak{H}$, где $\mathfrak{M}$ — разрешимая n-кратно ω-насыщенная формация, $\mathfrak{H}$ — минимальная n-кратно ω-насыщенная неразрешимая формация, при этом:*

1) всякая разрешимая n-кратно ω-насыщенная подформация из $\mathfrak{F}$ входит в $\mathfrak{M}\vee_n^\omega(\mathfrak{H}\cap\mathfrak{S})$;

2) всякая неразрешимая n-кратно ω-насыщенная подформация $\mathfrak{F}_1$ из $\mathfrak{F}$ имеет вид $\mathfrak{H}\vee_n^\omega(\mathfrak{F}_1\cap\mathfrak{S})$.

Следующие две леммы являются частным случаем лемм 5.2.7 и 5.2.8 [2, с. 193–194] соответственно.

Лемма 2. *Пусть $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ — n-кратно ω-насыщенные формации, причем $\mathfrak{M}\subseteq\mathfrak{F}$. Тогда если m и n — $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефекты формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{F}$ соответственно, то $m\leq n$.*

Лемма 3. *Пусть $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{H}$ — n-кратно ω-насыщенные формации, причем $\mathfrak{F}=\mathfrak{M}\vee_n^\omega\mathfrak{X}$. Тогда если m, r и t — $\mathfrak{H}_n^\omega$-дефекты формаций $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ соответственно, то $t\leq m+r$.*

3 Основной результат.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — приводимая n-кратно ω-насыщенная формация. Тогда и только тогда разрешимый l_n^ω-дефект формации $\mathfrak{F}$ равен 2, когда $\mathfrak{F}$ удовлетворяет одному из следующих условий:*

1) $\mathfrak{F}=\mathfrak{H}_1\vee_n^\omega\mathfrak{H}_2\vee_n^\omega\mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M}\subseteq\mathfrak{S}$, а $\mathfrak{H}_1$ и $\mathfrak{H}_2$ — различные минимальные n-кратно ω-насыщенные неразрешимые формации;

2) $\mathfrak{F}=\mathfrak{H}\vee_n^\omega\mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M}\subseteq\mathfrak{S}$, $\mathfrak{H}$ — неприводимая n-кратно ω-насыщенная формация разрешимого l_n^ω-дефекта 2, $\mathfrak{M}\not\subseteq\mathfrak{H}$.

Доказательство. Необходимость. Пусть $\mathfrak{F}$ — неприводимая n-кратно ω-несыщенная формация с разрешимым l_n^ω-дефектом 2, $\mathfrak{X}$ — такая максимальная n-кратно ω-насыщенная подформация $\mathfrak{F}$, что $|\mathfrak{X}:\mathfrak{X}\cap\mathfrak{S}|_n^\omega=1$. Тогда по лемме 1 имеем $\mathfrak{X}=\mathfrak{H}_1\vee_n^\omega\mathfrak{M}$, где $\mathfrak{H}_1$ — минимальная n-кратно ω-насыщенная неразрешимая формация, $\mathfrak{M}\subseteq\mathfrak{S}$. Допустим, что в $\mathfrak{F}$ имеется еще одна минимальная n-кратно ω-насыщенная неразрешимая подформация $\mathfrak{H}_2$, отличная от $\mathfrak{H}_1$. Тогда в силу леммы 1 получим $\mathfrak{H}_2\not\subseteq\mathfrak{X}$. Поэтому имеет место равенство

$$\mathfrak{F}=\mathfrak{X}\vee_n^\omega\mathfrak{H}_2=(\mathfrak{H}_1\vee_n^\omega\mathfrak{M})\vee_n^\omega\mathfrak{H}_2=\mathfrak{H}_1\vee_n^\omega\mathfrak{H}_2\vee_n^\omega\mathfrak{M}.$$

Таким образом, формация $\mathfrak{F}$ удовлетворяет условию 1) теоремы.

Пусть теперь в $\mathfrak{F}$ нет отличных от $\mathfrak{H}_1$ минимальных n-кратно ω-насыщенных неразрешимых формаций. Поскольку $\mathfrak{F}$ — приводимая n-кратно ω-насыщенная формация, то в $\mathfrak{F}\setminus\mathfrak{X}$ найдется такая группа G, что $\mathfrak{R}=l_n^\omega\mathrm{form}G\neq\mathfrak{F}$. Понятно, что $\mathfrak{F}=\mathfrak{X}\vee_n^\omega\mathfrak{R}$. Ввиду леммы 2 имеет место неравенство $|\mathfrak{R}:\mathfrak{R}\cap\mathfrak{S}|_n^\omega\leq 2$. Поскольку $\mathfrak{F}=\mathfrak{X}\vee_n^\omega\mathfrak{R}$ и $|\mathfrak{X}:\mathfrak{X}\cap\mathfrak{S}|_n^\omega=1$, то $|\mathfrak{R}:\mathfrak{R}\cap\mathfrak{S}|_n^\omega\neq 0$. Допустим, что $|\mathfrak{R}:\mathfrak{R}\cap\mathfrak{S}|_n^\omega=1$. Поскольку в силу нашего предположения $\mathfrak{H}_1$ — единственная минимальная n-кратно ω-насыщенная формация, входящая в $\mathfrak{F}$, то по лемме 1 получим $\mathfrak{R} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_1$, где $\mathfrak{M}_1 \subseteq \mathfrak{S}$. Значит,

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{X} \vee_n^\omega \mathfrak{R} = (\mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}) \vee_n^\omega (\mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_1) = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega (\mathfrak{M} \vee_n^\omega \mathfrak{M}_1).$$

Ввиду леммы 1 имеем $|\mathfrak{F} : \mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}|_n^\omega = 1$. Противоречие. Поэтому $|\mathfrak{R} : \mathfrak{R} \cap \mathfrak{S}|_n^\omega = 2$. Заметим, что $\mathfrak{H}_1 \subseteq \mathfrak{R}$ и $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{R}$, поскольку в противном случае $\mathfrak{X} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{R}$. Но $\mathfrak{X}$ — максимальная n-кратно ω-насыщенная подформация формации $\mathfrak{F}$. Противоречие.

Если $\mathfrak{R}$ — неприводимая n-кратно ω-насыщенная формация, то

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{X} \vee_n^\omega \mathfrak{R} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M} \vee_n^\omega \mathfrak{R} = \mathfrak{M} \vee_n^\omega \mathfrak{R}$$

и формация $\mathfrak{F}$ удовлетворяет условию 2) теоремы.

Пусть $\mathfrak{R}$ — приводимая n-кратно ω-насыщенная формация. Как известно (см. замечание 3 [3, с. 127]), любая однопорожденная n-кратно ω-насыщенная формация содержит конечное число разрешимых n-кратно ω-насыщенных подформаций. Пусть k — число разрешимых n-кратно ω-насыщенных подформаций формации $\mathfrak{R}$. Индукцией по k покажем, что формация $\mathfrak{F}$ удовлетворяет условию 2).

Обозначим через $\mathfrak{L}$ такую максимальную n-кратно ω-насыщенную подформацию формации $\mathfrak{R}$, что $|\mathfrak{L} : \mathfrak{L} \cap \mathfrak{S}|_n^\omega = 1$.

Если $\mathfrak{R} \cap \mathfrak{S} \not\subseteq \mathfrak{L}$, то $\mathfrak{L} \vee_n^\omega (\mathfrak{R} \cap \mathfrak{S}) = \mathfrak{R}$ и $|\mathfrak{R} : \mathfrak{R} \cap \mathfrak{S}|_n^\omega = 1$, что невозможно. Значит, $\mathfrak{R} \cap \mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{L}$. В силу леммы 1 имеет место равенство $\mathfrak{L} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_2$, где $\mathfrak{M}_2 \subseteq \mathfrak{S}$. Поскольку $\mathfrak{R}$ — приводимая n-кратно ω-насыщенная формация, то в $\mathfrak{R} \setminus \mathfrak{L}$ найдется такая группа A, что $\mathfrak{R}_1 = l_n^\omega \mathrm{form} A \neq \mathfrak{R}$. Тогда $\mathfrak{R} = \mathfrak{L} \vee_n^\omega \mathfrak{R}_1$. Если имеет место строгое неравенство $|\mathfrak{R}_1 : \mathfrak{R}_1 \cap \mathfrak{S}|_n^\omega < 2$, то в силу леммы 3 имеем $|\mathfrak{R} : \mathfrak{R} \cap \mathfrak{S}|_n^\omega = 1$. Противоречие. Значит, $|\mathfrak{R}_1 : \mathfrak{R}_1 \cap \mathfrak{S}|_n^\omega = 2$. Так как по нашему предположению в $\mathfrak{F}$ нет отличных от $\mathfrak{H}_1$ минимальных n-кратно ω-насыщенных неразрешимых формаций, то с учетом леммы 3 имеем $\mathfrak{H}_1 \subseteq \mathfrak{R}_1$. Поскольку $\mathfrak{L}$ максимальная n-кратно ω-насыщенная подформация $\mathfrak{R}$, то $\mathfrak{M}_2 \not\subseteq \mathfrak{R}_1$, так как в противном случае $\mathfrak{L} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_2 \subseteq \mathfrak{R}_1 \subset \mathfrak{R}$. Поэтому число разрешимых n-кратно ω-насыщенных подформаций формации $\mathfrak{R}_1$ меньше k. Значит, если $\mathfrak{R}_1$ — приводимая n-кратно ω-насыщенная формация, то по индукции мы можем считать, что $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{H} \vee_n^\omega \mathfrak{M}_3$, где $\mathfrak{H}$ — неприводимая n-кратно ω-насыщенная формация разрешимого l_n^ω-дефекта 2. Тогда

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{R} \vee_n^\omega \mathfrak{M} = \mathfrak{L} \vee_n^\omega \mathfrak{R}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_2 \vee_n^\omega \mathfrak{R}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M} =$$

$$= \mathfrak{H} \vee_n^\omega (\mathfrak{M} \vee_n^\omega \mathfrak{M}_2 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_3) = \mathfrak{H} \vee_n^\omega \mathfrak{M}_4,$$

где $\mathfrak{M}_4 \subseteq \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{M}_4 \not\subseteq \mathfrak{H}$. Следовательно, формация $\mathfrak{F}$ удовлетворяет условию 2) теоремы.

Если $\mathfrak{R}_1$ — неприводимая n-кратно ω-насыщенная формация, то

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{R} \vee_n^\omega \mathfrak{M} = \mathfrak{L} \vee_n^\omega \mathfrak{R}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_2 \vee_n^\omega \mathfrak{R}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M} =$$

$$= \mathfrak{R}_1 \vee_n^\omega (\mathfrak{M}_2 \vee_n^\omega \mathfrak{M}) = \mathfrak{R}_1 \vee_n^\omega \mathfrak{M}_5,$$

где $\mathfrak{M}_5 \subseteq \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{M}_5 \not\subseteq \mathfrak{H}$. Таким образом, и в этом случае формация $\mathfrak{F}$ также удовлетворяет условию 2). Теорема доказана.

Приведем некоторые следствия теоремы 1.

В случае $\omega = \{p\}$ из теоремы 1 получаем

Следствие 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — приводимая n-кратно p-насыщенная формация. Тогда и только тогда разрешимый l_n^p-дефект формации $\mathfrak{F}$ равен 2, когда $\mathfrak{F}$ удовлетворяет одному из следующих условий:*

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_1 \vee_n^p \mathfrak{H}_2 \vee_n^p \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, а $\mathfrak{H}_1$ и $\mathfrak{H}_2$ — различные минимальные n-кратно p-насыщенные неразрешимые формации;

2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \vee_n^p \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, $\mathfrak{H}$ — неприводимая n-кратно p-насыщенная формация разрешимого l_n^p-дефекта 2, $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{H}$.

Если ω — множество всех простых чисел, из теоремы 1 вытекает

Следствие 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — приводимая n-кратно насыщенная формация. Тогда и только тогда разрешимый l_n-дефект формации $\mathfrak{F}$ равен 2, когда $\mathfrak{F}$ удовлетворяет одному из следующих условий:*

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_1 \vee_n \mathfrak{H}_2 \vee_n \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, а $\mathfrak{H}_1$ и $\mathfrak{H}_2$ — различные минимальные n-кратно насыщенные неразрешимые формации;

2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \vee_n \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, $\mathfrak{H}$ — неприводимая n-кратно насыщенная формация разрешимого l_n-дефекта 2, $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{H}$.

Пусть теперь $n = 1$. Тогда из теоремы 1 вытекает

Следствие 3 [13]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — приводимая ω-насыщенная формация. Тогда и только тогда разрешимый l^ω-дефект формации $\mathfrak{F}$ равен 2, когда $\mathfrak{F}$ удовлетворяет одному из следующих условий:*

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_1 \vee^\omega \mathfrak{H}_2 \vee^\omega \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, а $\mathfrak{H}_1$ и $\mathfrak{H}_2$ — различные минимальные ω-насыщенные неразрешимые формации;

2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \vee^\omega \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, $\mathfrak{H}$ — неприводимая ω-насыщенная формация разрешимого l^ω-дефекта 2, $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{H}$.

В случае, когда $n = 1$ и $\omega = \{p\}$, из теоремы 1 получаем

Следствие 4 [13]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — приводимая p-насыщенная формация. Тогда и только тогда разрешимый l^p-дефект формации $\mathfrak{F}$ равен 2, когда $\mathfrak{F}$ удовлетворяет одному из следующих условий:*

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_1 \vee^p \mathfrak{H}_2 \vee^p \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, а $\mathfrak{H}_1$ и $\mathfrak{H}_2$ — различные минимальные p-насыщенные неразрешимые формации;

2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \vee^p \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, $\mathfrak{H}$ — неприводимая p-насыщенная формация разрешимого l^p-дефекта 2, $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{H}$.

Если $n = 1$ и ω — множество всех простых чисел, из теоремы 1 вытекает

Следствие 5 [13]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — приводимая насыщенная формация. Тогда и только тогда разрешимый дефект формации $\mathfrak{F}$ равен 2, когда $\mathfrak{F}$ удовлетворяет одному из следующих условий:*

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_1 \vee_l \mathfrak{H}_2 \vee_l \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, а $\mathfrak{H}_1$ и $\mathfrak{H}_2$ — различные минимальные насыщенные неразрешимые формации;

2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \vee_l \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, $\mathfrak{H}$ — неприводимая насыщенная формация разрешимого дефекта 2, $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{H}$.

Резюме. Пусть $\mathfrak{F}$ — некоторая n-кратно ω-насыщенная формация конечных групп, $\mathfrak{S}$ — формация всех конечных разрешимых групп. Тогда через $\mathfrak{F}/_n^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ обозначают решетку всех n-кратно ω-насыщенных формаций, заключенных между формациями $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{F}$. Длину решетки $\mathfrak{F}/_n^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ называют разрешимым l_n^ω-дефектом n-кратно ω-насыщенной формации $\mathfrak{F}$.

В работе получено описание приводимых n-кратно ω-насыщенных формаций конечных групп с разрешимым l_n^ω-дефектом 2.

Abstract. Let $\mathfrak{F}$ be some n-multiply ω-saturated formation of finite groups, $\mathfrak{S}$ be the formation of all soluble finite groups. Then $\mathfrak{F}/_n^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ denotes the lattice of all n-multiply ω-saturated formations $\mathfrak{H}$ such that $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}$. A length of the lattice $\mathfrak{F}/_n^\omega \mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ is called a soluble l_n^ω-defect of the n-multiply ω-saturated formation $\mathfrak{F}$. The description of reducible n-multiply ω-saturated formations of finite groups with a soluble l_n^ω-defect 2 is obtained.

Литература

1. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. — М.: Наука, 1989. — 253 с.

2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. — Мн.: Беларуская навука, 1997. — 240 с.

3. Скиба, А.Н. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. — 1999. — Т. 2, № 2. — С. 114-147.

4. Скиба, А.Н., Классификация локальных формаций конечных групп с нильпотентным дефектом 2 / А.Н. Скиба, Е.А.Таргонский // Матем. заметки. — 1987. — Т.41. — № 4. — С. 490–499.

5. Сафонов, В.Г. О кратно локальных формациях с ограниченным нильпотентным дефектом / В.Г. Сафонов // Вопросы алгебры. — 1996. — Вып. 9. — С. 112–127.

6. Сафонов, В.Г. О кратно насыщенных формациях нильпотентного дефекта 3 / В.Г. Сафонов // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. - 2005, — № 3 (37). С. 105–109.

7. Сафонов, В.Г. О приводимых тотально насыщенных формациях нильпотентного дефекта 3 / В.Г. Сафонов // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. — 2005, — № 4 (31). С.157–162.

8. Сафонов, В.Г. О неприводимых тотально насыщенных формациях нильпотентного дефекта 3 / В.Г. Сафонов // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. — 2006. — 3 (36). — С. 131–136.

9. Сафонов, В.Г. Тотально насыщенные формации с метанильпотентным l_∞-дефектом 3 / В.Г. Сафонов // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз-мат. навук. — 2007. — №4. — С. 40–46.

10. Сафонов, В.Г. К теории тотально насыщенных формаций конечных групп / В.Г. Сафонов. — Гомель, 2008. — 34 с. — (Препринт / Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 15).

11. Джехад, Дж. Классификация p-локальных формаций длины 3: автореф. : дис. канд. физ.-мат. наук: 02.12.01 / Дж. Джехад; Гом. гос. ун-т им.Ф.Скорины. — Гомель, 1996. — 15 с.

12. Жевнова, Н.Г. ω-Локальные формации с дополняемыми подформациями: автореф. : дис. канд. физ.-мат. наук: 02.12.01 / Н.Г. Жевнова; Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины. — Гомель, 1997. — 17 с.

13. Сафонов, В.Г. О приводимых ω-насыщенных формациях с разрешимым дефектом ≤ 2 / В.Г. Сафонов, И.Н.Сафонова // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2005, — № 5 (32). С.162–165.

14. Сафонов, В.Г. О n-кратно ω-насыщенных формациях с максимальной разрешимой подформацией / В.Г. Сафонов, И.Н. Сафонова // Вестник Гродненского гос. университета. Серия Математика. — 2008. — № 2. — С.53–57.

15. Сафонов, В.Г. О τ-замкнутых ω-насыщенных формациях разрешимого l_τ^ω-дефекта 1 / В.Г. Сафонов, И.Н. Сафонова // Веснік Віцебскага дзяржаўнага універсітэта. — 2008, №2 (48).- С. 120–125.

16. Сафонов, В.Г. Частично насыщенные формации с π-нильпотентным дефектом 1 / В.Г.Сафонов, А.И. Рябченко // Вестн. Мозырского гос. пед. ун-та. — 2005. — № 2(13). — С. 16–20.

17. Рябченко, А.И. Частично насыщенные формации с π-специальным дефектом 1 / А.И. Рябченко // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2006. — № 5. — С. 59–68.

18. Сафонов, В.Г. О ω-насыщенных формациях с π-разложимым дефектом 1 / В.Г.Сафонов, А.И. Рябченко // Вес. Магілёускага дзярж. ун-та ім. А.А.Куляшова. — 2006. — № 4 (25). — С. 204–211.

19. Рябченко, А.И. О частично насыщенных формациях с $\mathfrak{X}$-дефектом 1 / А.И. Рябченко // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз-мат. навук. — 2008. — № 1. — С. 28–34.

20. Рябченко, А.И. О частично насыщенной формации с максимальной подформацией классического типа / А.И. Рябченко // Изв. Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2008. — № 5(50), Ч.2. — С. 216–222.

21. Рябченко, А.И. К теории частично насыщенных формаций / А.И. Рябченко // Изв. Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины. — 2008. — № 6(51), Ч.2. — С. 153–160.

22. Сафонов, В.Г. О l_n^ω-приводимых n-кратно ω-насыщенных формациях разрешимого l_n^ω-дефекта 2 / В.Г. Сафонов, И.Н. Сафонова // X Белорусская математ. конференция: тез. докл. междунар. конф., Минск, 3–7 нояб. 2008 г. — Минск, 2008. — Ч. 1. — С. 49.

23. Скиба, А.Н. О частично локальных формациях / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков //Докл. АН Беларуси. — 1995. — Т.39, № 3. — С. 9–11.

24. Шабалина, И.П. О решетке τ-замкнутых n-кратно ω-локальных формаций конечных групп / И.П. Шабалина // Весці НАН Беларусі, Сер. фіз.-мат. наук. — 2003, № 1. — С. 28–30.

Гомельский государственный
университет имени Ф. Скорины

Поступило 15.07.10