Р. С. Зеков, Г. Н. Казимиров
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

РАВЕНСТВО ОБОБЩЁННЫХ МОДУЛЕЙ 3-ГО ПОРЯДКА НА НЕКОТОРОМ КЛАССЕ ФУНКЦИЙ

Ранее, в работе [1], был получен результат о совпадении обобщённых модулей гладкости на одном из классов функций. В данной работе доказано совпадение обобщённых модулей гладкости 3-го порядка на более широком классе функций.

Будем говорить, что $f \in L_3$, если функция f измерима на отрезке $[-1,1]$ и $\|f\|_3 = \left(\int_{-1}^{1}|f(x)|^3\right)^{1/3} < +\infty$. Через $L_{3,\alpha,\alpha}$ обозначим множество функций f, таких, что $f(x)(1-x^2)^{\alpha} \in L_3$ и положим $\|f\|_{3,\alpha,\alpha} = \|f(x)(1-x^2)^{\alpha}\|_3$.

Определим оператор обобщённого сдвига

$$T_t(f,x) = \frac{1}{2}\left[f(x\cos t + \sin t\sqrt{1-x^2}) + f(x\cos t - \sin t\sqrt{1-x^2})\right].$$

Введём также обозначения: $\Delta_t^1(f,x) = T_t(f,x) - f(x)$,

$$\Delta_{t_1,t_2}^2(f,x) = \Delta_{t_2}^1\left(\Delta_{t_1}^1(f,x),x\right),\ \Delta_{t_1,t_2,t_3}^3(f,x) = \Delta_{t_3}^1\left(\Delta_{t_1,t_2}^2(f,x),x\right),$$

$$\widetilde{\omega}_3(f,\delta)_{3,\alpha,\alpha} = \sup_{|t_i|\le\delta,\ i=1,2,3}\left\|\Delta_{t_1,t_2,t_3}^3(f,x)\right\|_{3,\alpha,\alpha},$$

$$\omega_3(f,\delta)_{3,\alpha,\alpha} = \sup_{|t|\leq\delta}\left\|\Delta^3_{t,t,t}(f,x)\right\|_{3,\alpha,\alpha}.$$

Теорема. Пусть $\alpha = -\frac{1}{2}$ и $f \in L_{3,\alpha,\alpha}$. Если существует функция g, такая, что $\Delta^1_t(f,x) = f(x)g(t)$, $\forall x \in [-1,1]$, $\forall t \in [-\pi,\pi]$ и $\sup\limits_{|t|\leq\pi}|g(t)| < +\infty$, то $\omega_3(f,\delta)_{3,\alpha,\alpha} = \widetilde{\omega}_3(f,\delta)_{3,\alpha,\alpha}$.

Литература

1 Казимиров, Г. Н. О совпадении обобщенных модулей гладкости на некотором классе функций / Г. Н. Казимиров // Проблемы физики, математики и техники. – 2020. – № 2 (43). – С. 69–70.