Е. Ю. Кузьменкова, А. Р. Миротин
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

ОГРАНИЧЕННОСТЬ μ-ГАНКЕЛЕВЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВАХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Введем следующее

Определение. Пусть S,T – нормированные пространства последовательностей. Если оператор $A\colon S \to T$ задается матрицей $a_{ij} = \mu^i \alpha_{i+j}$, где $\mu \in \mathbb{C}$, α_n – комплексная последовательность, то такой оператор называется μ-ганкелевым.

В работе будут даны условия ограниченности μ-ганкелевых операторов для некоторых пар ВК-пространств последовательностей.

Предложение. [1] μ–ганкелев оператор $A_{\mu,\alpha}$ отображает ВК-пространство последовательностей S в l^∞ непрерывно тогда и только тогда когда последовательность линейных функционалов $f_n(s) = \sum_{j=1}^{\infty} \mu^n \alpha_{n+j} s_j$ ограничена по норме.

Следствие 1. Пусть $1 < p < \infty$. Тогда μ-ганкелев оператор $A_{\mu,\alpha}$ ограниченно отображает пространство l^p в l^∞ тогда и только тогда когда $\sup\limits_n \sum_{j=1}^{\infty} |\mu|^{nq} \left|\alpha_{n+j}\right|^q < \infty$, где $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

Следствие 2. Пусть $S = l^\infty$, c или c_0. μ-ганкелев оператор $A_{\mu,\alpha}$ ограниченно отображает S в l^∞ тогда и только тогда когда

$$\sup_n \sum_{j=1}^{\infty} |\mu|^n \left|\alpha_{n+j}\right| < \infty.$$

С помощью теоремы 3.2 из [1] получим

Следствие 3. $A_{\mu,\alpha}$ непрерывно действует в пространстве c тогда и только тогда когда: а) $\sup\limits_{n} \sum_{j=1}^{\infty} |\mu|^n \left|\alpha_{n+j}\right| < \infty$; б) $\forall n$ существует $\lim\limits_{i\to\infty}(\mu^i \alpha_{n+i})$; в) существует $\lim\limits_{i\to\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \mu^i \alpha_{i+j}$.

Литература

1 Ruckle, W. H. Sequence spaces / W. H. Ruckle. – Biddles of Guildford: Great Britain, 1981. – 198 p.