

А. В. Нестерович

(БелГУТ, Гомель)

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ В ЕЁ ПЛОСКОСТИ

Рассматривается деформирование физически нелинейной трехслойной круговой пластины под действием неосесимметричной нагрузки. Проекция нагрузки на оси координат $p_r(r, \varphi), p_\varphi(r, \varphi)$. Постановка задачи и ее решение проводятся в цилиндрической системе координат. Последовательность решения задачи основана на методе упругих решений Ильюшина. Система дифференциальных уравнений в перемещениях имеет следующий итерационный вид

$$L_2(u_r^{(n)}) + \frac{a_3}{a_1 x^2} u_{r,\varphi\varphi}^{(n)} + \frac{a_2+a_3}{a_1 x} u_{\varphi,\varphi x}^{(n)} - \frac{a_1+a_3}{a_1 x^2} u_{\varphi,\varphi}^{(n)} = \frac{r_0^2}{a_1} (-p_r + p_{r\omega}^{(n-1)}),$$

$$L_2(u_\varphi^{(n)}) + \frac{a_2+a_3}{a_3 x} u_{r,x\varphi}^{(n)} + \frac{a_1}{a_3 x^2} u_{\varphi,\varphi\varphi}^{(n)} + \frac{a_1+a_3}{a_3 x^2} u_{r,\varphi}^{(n)} = \frac{r_0^2}{a_3} (-p_\varphi + p_{\varphi\omega}^{(n-1)}),$$

где a_i – коэффициенты, зависящие от геометрических и упругих характеристик материалов слоев; $L_2(g)$ – дифференциальный оператор; r_0 – радиус пластины; x – безразмерная радиальная координата; n – номер приближения; $p_{r\omega}^{(n-1)}, p_{\varphi\omega}^{(n-1)}$ – дополнительные «внешние» нагрузки, служащие для учета физической нелинейности материалов слоев, они на первом шаге итерации принимаются равными нулю, а в дальнейшем вычисляются по результатам предыдущего приближения с помощью

$$p_{r\omega}^{(n-1)} = T_{rr\omega,r}^{(n-1)} + \frac{1}{r} (T_{r\varphi\omega,\varphi}^{(n-1)} + T_{rr\omega}^{(n-1)} - T_{\varphi\varphi\omega}^{(n-1)}),$$

$$p_{\varphi\omega}^{(n-1)} = T_{r\varphi\omega,r}^{(n-1)} + \frac{1}{r} (T_{\varphi\varphi\omega,\varphi}^{(n-1)} + 2T_{r\varphi\omega}^{(n-1)}),$$

запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате.

Аналитические и численные методы исследования в математике
Дифференциальные уравнения, математический анализ и численные методы

Таким образом, с помощью метода упругих решений Ильюшина на каждом шаге приближения можем сводить рассматриваемую задачу для физически нелинейной пластины к краевой задаче для соответствующей упругой пластины с известными дополнительными «внешними» нагрузками.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект № Т19РМ-089).