Э. В. Теребей
(*ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно*)

ВЫДЕЛЕНИЕ КЛАССА ВОЗМУЩЕННОЙ ГАМИЛЬТОНОВОЙ СИСТЕМЫ С ЕДИНСТВЕННЫМ ПРЕДЕЛЬНЫМ ЦИКЛОМ

Рассмотрим автономную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = y^{2n-1} = P(x,y), \frac{dy}{dt} = -x^{2q-1} + \mu \sum_{i=0}^{n} h_i(x,\mu) y^i = Q(x,y), \quad (1)$$

$$X = (P, Q),$$

которая зависит от параметра $\mu \in I \subseteq R, 0 \in I$, с условием, что функции $h_i : R \times I \to R, i = \overline{1,n}$, являются непрерывными по двум переменным, а также гладкими по первой переменной x.

Для оценки числа предельных циклов некоторых частных случаев возмущенных гамильтоновых систем (1) в работе [1] был применен метод функции Дюлака-Черкаса, который заключается в нахождении функции $\Psi(x,y,\mu) \in C^1(\Omega \times I)$, удовлетворяющей условию

$$\Phi(x,y,\mu) = (\mathrm{grad}\,\Psi, X) + k\Psi \mathrm{div} X \geq 0 (\leq 0), \forall (x,y) \in \Omega, \forall \mu \in I \backslash \{0\},$$

где $k < 0, k \in R$.

Функция Ψ применялась в виде

$$\Psi(x,y,\mu) = \frac{nc}{q} x^{2q} + c y^{2n} - a. \quad (2)$$

Теорема. *Система*

$$\dot{x} = y^{2n-1},\ \dot{y} = -x^{2q-1} + \mu \left(\frac{n}{q} c x^{2q} - a \right)^{2l-1} y^n, \quad (3)$$

имеет функцию Дюлака-Черкаса в виде полинома (2) *для всех* $(x,y) \in R^2$ *и при* $0 \neq \mu \in R$, $q, n, l \in N$, $a, c \in R$, $a, c > 0$. *Таким образом, при указанных условиях система* (3) *имеет не более одного предельного* *цикла во всей фазовой плоскости. Причем если предельный цикл существует, то является устойчивым* (*неустойчивым*) *при* $\mu < 0$ ($\mu > 0$).

Литература

1 Кузьмич, А. В. Функция Дюлака-Черкаса для одной возмущенной гамильтоновой системы на плоскости / А. В. Кузьмич, Чэнь Ян, А. А. Гринь // Веснік ГрДУ імя Янкі Купалы. Сер. 2, Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2016. – Т. 6, № 3. – С. 19–28.