

УДК 539.3

РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТЫХ ТРУБ ИЗ КОМПОЗИТОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ВОЛНЫ ПРИ ГИДРОУДАРЕ

В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

IMPLEMENTATION OF THE CALCULATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF LAYERED PIPES FROM COMPOSITES AND DETERMINATION OF WAVE VELOCITY IN HYDROLIC IMPACT

V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava

Francisk Skorina Gomel State University

Решается задача компьютерной реализации расчета напряженно-деформированного состояния слоистых труб из композитов и определения скорости волны при гидроударе. Рассматриваются два варианта задачи: труба с внутренним покрытием, состоящим из функционально-градиентного материала, и труба с внутренним покрытием из композита, композит волокнистый, состоящий из матрицы и волокон, модуль упругости которого определяется по правилу смесей.

Ключевые слова: слоистая труба, функционально-градиентный материал, композит, футерованная труба, напряженно-деформированное состояние, скорость волны.

The problem of computer implementation of calculating of the stress-strain state of laminated pipes made of composites and determining the wave velocity during water hammer is solved. Two variants of the problem are considered: a pipe with an inner coating consisting of a functionally gradient material, and a pipe with an inner coating of a composite, a fibrous composite consisting of a matrix and fibers, the elastic modulus of which is determined by the rule of mixtures.

Keywords: laminated pipe, functional-gradient material, composite, lined pipe, stress-strain state, wave velocity.

Введение

Многолетняя эксплуатация трубопроводов неразрывно связана с такими явлениями, как коррозия, утечка, разрывы, пренебрежение которых могут вызывать просадки дорог и экологические аварии, что, в свою очередь, имеет социальные последствия. Обслуживание и ремонт подземных трубопроводов чаще всего проводится путем извлечения поверхностных слоев грунта и раскопки открытых траншей, удаления изношенных трубопроводов, замены их на новые и засыпки. Эти процедуры могут нанести ущерб окружающей среде. Решением этой проблемы могут быть бестраншейные методы восстановления трубопроводов, которые заключаются в ремонте существующих трубопроводов без выемки грунта. Одним из таких методов является футеровка (технология CIPP) или метод полимеризации на месте трубы [1], процесс использования которой заключается во вставке пропитанной смолой гильзы в изношенный заглубленный трубопровод, расширение хвостовика и закрепление его на месте, используя ультрафиолетовый свет или другие технологии (закачивания горячего воздуха или воды). В результате получается новая труба внутри изношенной трубы. Технология CIPP была впервые разработана британским инженером Эриком Вудом, в 1971 году получила международный стандарт ISO 9000 [2].

1 Постановка задачи и методы решения

Рассматривается труба толщиной h_2 с внутренним покрытием толщиной h_1 , состоящим из функционально-градиентного материала или покрытием из композита (рисунок 1.1). Внутри трубы действует давление p , внешнее давление равно нулю.

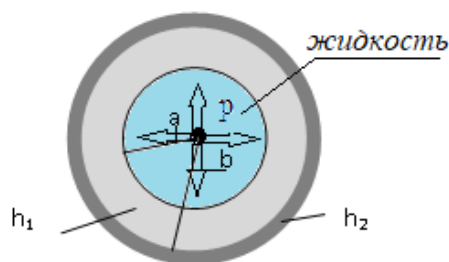


Рисунок 1.1 – Схема расчета слоистой трубы

Необходимо построить расчет напряженно-деформированного состояния слоистых труб из композитов и определения скорости волны при гидроударе, а также реализовать этот расчет с помощью компьютерных технологий.

Расчет напряженно-деформированного состояния слоистой трубы и покрытия можно описать уравнениями теории упругости. Для рассматриваемой задачи запишем уравнение равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0,$$

геометрические и физические соотношения:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \varepsilon_z = 0,$$

$$\sigma_r = 2G\varepsilon_r + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta),$$

$$\sigma_\theta = 2G\varepsilon_\theta + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta),$$

где $\sigma = \sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z^T$ и $\varepsilon = \varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z^T$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций соответственно; u_r – радиальное перемещение;

$\lambda_i = \frac{2G_i v_i}{1 - v_i}$ – коэффициенты в случае плоского

напряженного состояния; $\lambda_i = \frac{2G_i v_i}{1 - 2v_i}$ – коэффици-

циенты в случае плоского деформированного состояния; G_i, v_i – модуль упругости и коэффициент Пуассона соответственно.

Записав дифференциальное уравнение равновесия (уравнение Навье) в перемещениях

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} = 0,$$

ищем его решение в виде [3], [4]:

$$u_r^{(i)} = A_i r + B_i / r,$$

$$\sigma_r^{(i)} = (2G_i + 2\lambda_i)A_i - 2G_i B_i / r^2,$$

$$\sigma_\theta^{(i)} = (2G_i + 2\lambda_i)A_i + 2G_i B_i / r^2,$$

где принимаем индекс $i = 1, 2$ для покрытия и трубы соответственно, A_i, B_i – коэффициенты, которые находятся из системы граничных условий:

$$\sigma_{r|r=a}^{(1)} = -p, \sigma_{r|r=b}^{(1)} = \sigma_{r|r=b}^{(2)}, u_{r|r=b}^{(1)} = u_{r|r=b}^{(2)}, \sigma_{r|r=b+\delta_2}^{(2)} = 0.$$

Поскольку внутреннее покрытие состоит из функционально-градиентного материала, то считаем, что для него справедливо соотношение для изменения модуля упругости $E(r) = E_0 r^\beta$, $-2 \leq \beta \leq 2$.

Перемещения и напряжения вычисляются по формулам:

– для покрытия

$$u_r^{(1)} = A_1 r^{m_1} + B_1 r^{m_2},$$

$$\sigma_r^{(1)} = C_{11} \varepsilon_r^{(1)} + C_{12} \varepsilon_\theta^{(1)} =$$

$$= C_{11} (A_1 m_1 r^{m_1-1} + B_1 m_2 r^{m_2-1}) + C_{12} (A_1 r^{m_1-1} + B_1 r^{m_2-1}),$$

$$\sigma_\theta^{(1)} = C_{12} \varepsilon_r^{(1)} + C_{11} \varepsilon_\theta^{(1)} =$$

$$= C_{12} (A_1 m_1 r^{m_1-1} + B_1 m_2 r^{m_2-1}) + C_{11} (A_1 r^{m_1-1} + B_1 r^{m_2-1}),$$

– для трубы

$$u_r^{(2)} = A_2 r + B_2 / r,$$

$$\sigma_r^{(2)} = 2G_2 \varepsilon_r^{(2)} + \lambda_2 (\varepsilon_r^{(2)} + \varepsilon_\theta^{(2)}) =$$

$$= (2G_2 + 2\lambda_2) A_2 - 2G_2 B_2 / r^2,$$

$$\sigma_\theta^{(2)} = 2G_2 \varepsilon_\theta^{(2)} + \lambda_2 (\varepsilon_r^{(2)} + \varepsilon_\theta^{(2)}) =$$

$$= (2G_2 + 2\lambda_2) A_2 + 2G_2 B_2 / r^2,$$

где

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-\beta \pm \sqrt{4 + \beta^2 - 4\beta v^*} \right),$$

$$v^* = v_1 / (1 - v_1),$$

$$C_{11} = \frac{E_0 (1 - v_1)}{(1 + v_1)(1 - 2v_1)} r^\beta, C_{12} = \frac{E_0 v_1}{(1 + v_1)(1 - 2v_1)} r^\beta.$$

В случае исследования напряженно-деформированного состояния трубы с волоконным покрытием, для компьютерной реализации расчета слоистой композитной трубы, будем использовать решение для однородных изотропных труб, которое представлено в работе [1]:

$$u_r^{(i)} = -\frac{1 + v^{(i)}}{E^{(i)}} \frac{B^{(i)}}{r} + \frac{2(1 - v^{(i)})}{E^{(i)}} C^{(i)} r,$$

$$\sigma_r^{(i)} = \frac{B^{(i)}}{r^2} + 2C^{(i)},$$

$$\sigma_\theta^{(i)} = -\frac{B^{(i)}}{r^2} + 2C^{(i)},$$

где для варианта трубы с покрытием

$$B^{(1)} = p \left(\frac{XY + YW - XZ}{Y - Z - W} \right) r_0^2,$$

$$B^{(2)} = p \left(\frac{X + Y}{(Y - Z - W)\beta_1^2} \right) r_2^2,$$

$$C^{(1)} = -\frac{p}{2} \left(\frac{XY + YW - XZ}{Y - Z - W} \right),$$

$$C^{(2)} = -\frac{p}{2} \left(\frac{X + Y}{(Y - Z - W)\beta_1^2} \right),$$

$$X = \frac{\varphi^{(1)}}{\varphi^{(1)} + \beta_1^2 \Gamma^{(1)}}, W = \frac{\varphi^{(2)} \beta_2^2 + \Gamma^{(2)}}{\varphi^{(1)} + \beta_1^2 \Gamma^{(1)}}, Y = \frac{1}{\beta_1^2 - 1},$$

$$Z = \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2 - 1}, \varphi^{(i)} = \frac{1 + v^{(i)}}{E^{(i)}}, \Gamma^{(i)} = \frac{1 - v^{(i)}}{E^{(i)}}, \beta_i = \frac{r_{\text{внеш}}^{(i)}}{r_{\text{внутр}}^{(i)}},$$

для варианта трубы без покрытия

$$B = \frac{p}{1 - \beta_r^2} r_2^2, C = \frac{-p}{2(1 - \beta_r^2)},$$

$$\beta_r = r_2 / r_1,$$

где r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы трубы.

Для покрытий из композитов строим решение, считая, что модуль упругости и коэффициент Пуассона вычисляются по правилу смесей:

$$E_1 = v E_a + (1 - v) E_m,$$

$$v_1 = v v_a + (1 - v) v_m,$$

где E_a, E_m – модули упругости волокна и матрицы соответственно, v_a, v_m – коэффициенты Пуассона волокна и матрицы соответственно, v – объемное содержание волокна.

При расчете или моделировании эффектов гидроудара одним из ключевых параметров является скорость волны c . Для вычисления скорости движения волны при гидравлическом ударе используем равенство [1]

$$c = \sqrt{\frac{K/\rho}{1+K\Omega}},$$

где K и ρ – коэффициент объемной упругости и плотность рассматриваемой жидкости соответственно, здесь Ω для случая трубы с покрытием определяется по зависимости

$$\Omega = 2 \left(\varphi^{(1)} - \frac{2}{E_1} \left(\frac{XY + YW - XZ}{Y - Z - W} \right) \right),$$

для случая трубы без покрытия

$$\Omega = \frac{2}{E_2} \left(v_2 - \frac{1 + \beta_r^2}{1 - \beta_r^2} \right).$$

В [1] представлены более подробный аналитический вывод и описание формулы. В литературе можно найти анализ квазистатической и частотно-зависимой волновой скорости возмущений потока в трубах для жестких, упругих и вязкоупругих стенок труб. Обзоры, учитывающие взаимодействие жидкости и структуры (рассматривая воду как сжимаемую жидкость) можно найти в [5]–[8]. Более подробный обзор может быть найден также в [9].

2 Реализация расчетов напряженно-деформированного состояния слоистых труб

Используя выше приведенную теорию, разработаны алгоритмы и программы расчета напряженно-деформированного состояния труб с внутренними покрытиями из функционально-градиентного материала и композита, состоящего из матрицы и волокна. Для тестирования программ расчета по данной методике использовались геометрические и механические данные и результаты расчетов напряженного состояния и скорости движения волны для однородной трубы, приведенные в работе [1].

Приняты следующие геометрические и физико-механические характеристики исследуемой системы трубы и покрытия.

Труба: материал – сталь, модуль упругости $E = 210$ ГПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; толщина $h_2 = 6$ мм.

Покрытие: материал – стеклопластик, модуль упругости волокна $E_a = 71$ ГПа; модуль упругости матрицы $E_m = 3,5$ ГПа; коэффициент Пуассона волокна $\nu_a = 0,22$; коэффициент Пуассона матрицы $\nu_m = 0,38$; толщина $h_1 = 3$ мм, процентное содержание волокна составляет 30%. Внутренний радиус $r_0 = 147$ мм, средний радиус $r_1 = 150$ мм, внешний радиус $r_2 = 156$ мм.

Внутреннее давление $p_{внутр} = 1$ МПа, внешнее давление $p_{внешн} = 0$ МПа.

Программы расчета, по вышеописанным алгоритмам, позволяют получить значения перемещений и напряжений в любой точке трубы и покрытия в табличной и графической формах, а также скорость движения жидкости внутри трубопровода. Графики зависимостей перемещений u_r , напряжений σ_r и напряжений σ_θ показаны на рисунках 2.1–2.3 соответственно (a – труба с покрытием из функционально-градиентного материала, b – труба с покрытием из композита). Также представляется возможным исследовать влияние наличия покрытия из композита внутри трубопровода на напряженно-деформированное состояние трубы. На рисунках 2.1, b ; 2.2, b ; 2.3, b верхний график определяет зависимости для трубы без покрытия, нижний график – для трубы с покрытием.

Исследовалось влияние процентного содержания волокон в покрытии на напряженно-деформированное состояние трубы с покрытием из композита, основные результаты отражены в таблице 2.1. Рассматривались различные варианты толщин покрытия и трубы: $h_1 = 3$ мм, $h_2 = 6$ мм и $h_1 = 6$ мм, $h_2 = 3$ мм.

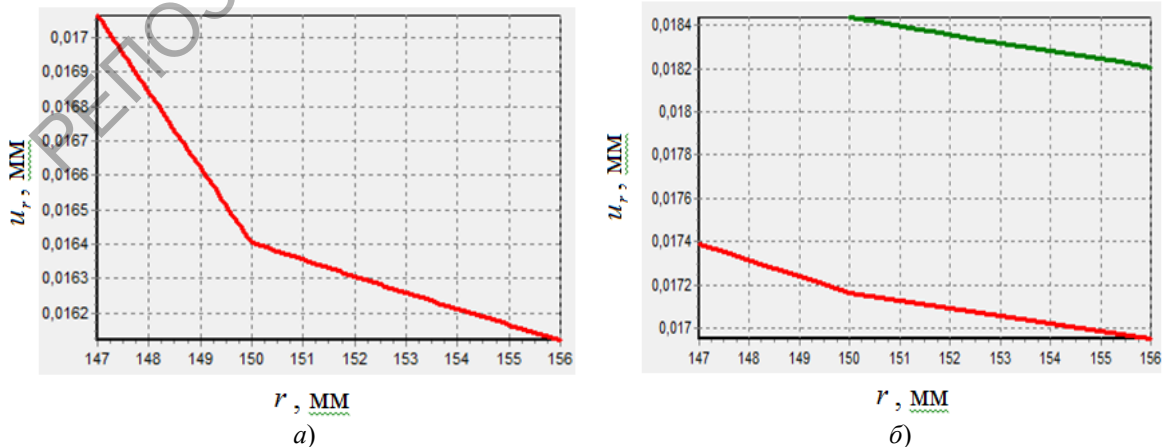


Рисунок 2.1 – Графики зависимостей перемещений u_r от r

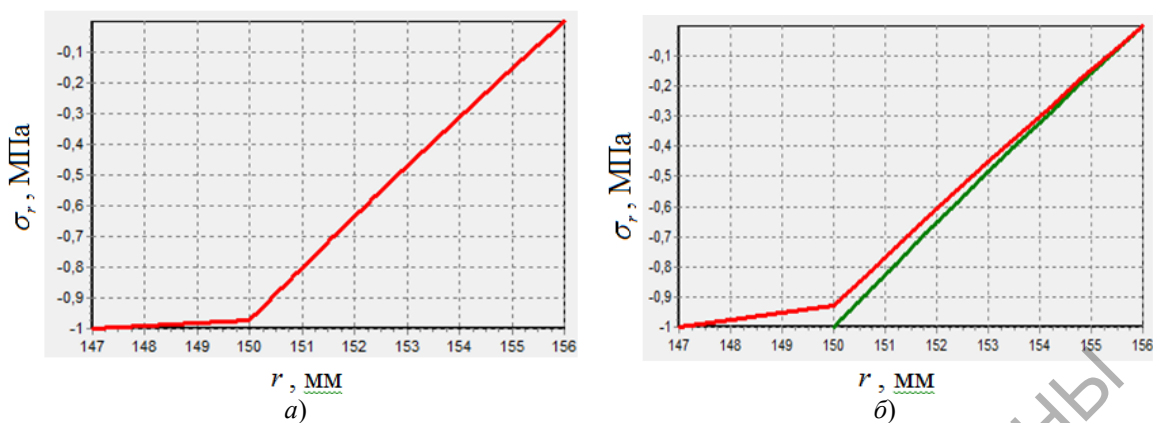


Рисунок 2.2 – Графики зависимостей напряжений σ_r от r

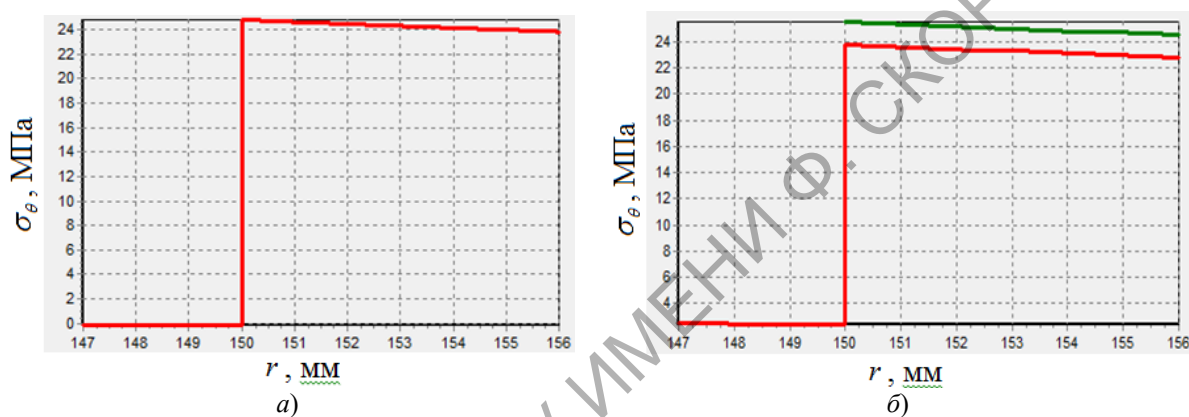


Рисунок 2.3 – Графики зависимостей напряжений σ_θ от r

Таблица 2.1 – Напряженно-деформированное состояние трубы с покрытием из композита

Содержание волокон, %	r	$r_0 = 147$ мм		r_1		$r_2 = 156$ мм		
		h_1, h_2	$h_1 = 3$ мм $h_2 = 6$ мм	$h_1 = 6$ мм $h_2 = 3$ мм	$r_1 = 150$ мм	$r_1 = 153$ мм	$h_1 = 3$ мм $h_2 = 6$ мм	$h_1 = 6$ мм $h_2 = 3$ мм
	$u_r, \sigma_r, \sigma_\theta$							
0	u_r , мм		0,0189	0,0375	0,0180	0,0355	0,0178	0,0353
	σ_r , МПа		-1	-1	-0,9788	-0,9418	0	0
	σ_θ , МПа		0,0703	0,5135	0,0491	48,5079	23,9904	47,5661
20	u_r , мм		0,0177	0,0321	0,0174	0,0314	0,0172	0,0312
	σ_r , МПа		-1	-1	-0,9465	-0,8321	0	0
	σ_θ , МПа		1,7017	3,3678	1,6482	42,8557	23,1987	42,0236
50	u_r , мм		0,0168	0,0272	0,0166	0,0267	0,0164	0,0266
	σ_r , МПа		-1	-1	-0,9019	-0,7083	0	0
	σ_θ , МПа		3,9565	6,5877	3,8583	36,4797	22,1045	35,7714
70	u_r , мм		0,0163	0,0247	0,0161	0,0243	0,0159	0,0242
	σ_r , МПа		-1	-1	-0,8744	-0,6443	0	0
	σ_θ , МПа		5,3451	8,2501	5,2194	33,1879	21,4306	32,5435
100	u_r , мм		0,0155	0,0217	0,0154	0,0214	0,0152	0,0213
	σ_r , МПа		-1	-1	-0,8361	-0,5675	0	0
	σ_θ , МПа		7,2761	10,2481	7,1123	29,1731	20,4934	28,6638

Таблица 2.2 – Скорость жидкости внутри трубы с покрытием из композита и трубы без покрытия (м/с)

Труба	h_1 , мм	h_2 , мм	Содержание волокон, %				
			0	20	50	70	100
Труба без покрытия	0	6	2,0170				
	0	3	1,4237				
Труба с покрытием	3	6	1,9714	2,0364	2,0918	2,1262	2,1762
	6	3	1,3995	1,5124	1,6444	1,7260	1,8415

Для данных геометрических и физико-механических характеристик, приняв плотность жидкости внутри трубопровода $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и коэффициент объемной упругости $K = 2140 \text{ МПа}$, изменения скорости жидкости внутри трубы без покрытия и трубы с покрытием в зависимости от толщины покрытия h_1 и толщины трубы h_2 представлены в таблице 2.2.

Как видно из данных таблицы 2.2, наличие и учет геометрических и физико-механических характеристик внутренних покрытий трубопроводов может существенно влиять на скорость жидкости внутри трубопроводов.

Заключение

Приведенные в данной статье подход и разработанная методика позволяет выбирать композитный материал для покрытия при восстановлении эксплуатационных свойств труб с движущейся жидкостью; учитывать рассчитанное напряженно-деформированное состояние в покрытии и скорость движения волны в зависимости от степени армирования покрытия и функционально-градиентных свойств материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wave celerity in hydraulic transients computation for cipp-rehabilitated pipes* / F. Evangelista [et al.] // *Int. J. Comp. Meth. and Exp. Meas.* – 2020. – Vol. 8, № 4. – P. 326–340.
2. *Parameter analysis of wall thickness of cured-in-place pipe linings for semistructured rehabilitation of concrete drainage pipe* / F. Hongyuan [et al.] // *Mathematical Problems in Engineering.* – 2020. – Article ID 5271027. – P. 1–16.

3. *Можаровский, В.В.* Методика розрахунку напружено-деформованого стану шаруватих труб з урахуванням явищ повзучості і релаксації / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков, Е.А. Голубова // *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка.* – 2017. – № 3. – С. 151–156.

4. *Tutuncu, N.* Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels / N. Tutuncu, M. Ozturk // *Composites: Part B: Engineering.* – 2001. – Vol. 32. – P. 683–686.

5. *Rubinov, S.I.* Wave propagation in a fluid-filled tube / S.I. Rubinov, J.B. Keller // *Journal of the Acoustical Society of America.* – 1971. – № 50. – P. 198–223.

6. *Rubinov, S.I.* Wave propagation in viscoelastic tube containing a viscous fluid / S.I. Rubinov, J.B. Keller // *Journal of Fluid Mechanics.* – 1978. – № 88. – P. 181–203.

7. *Lavooij, C.S.W.* Fluid–structure interaction in liquid-filled piping systems / C.S.W. Lavooij, A.S. Tijsseling // *Journal of Fluids and Structures.* – 1991. – № 5. – P. 573–595.

8. *Tijsseling, A.S.* Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review / A.S. Tijsseling // *Journal of Fluids and Structures.* – 1996. – № 10. – P. 109–146.

9. *Hachem, F.E.* A review of wave celerity in frictionless and axisymmetrical steel-lined pressure tunnels / F.E. Hachem, A.J. Schleiss // *Journal of Fluids and Structures.* – 2011. – № 27. – P. 311–328.

Поступила в редакцию 06.07.2021.