УДК 535.81

К ТЕОРИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

А. В. Гайнер, Г. В. Кривощеков и Р. И. Соколовский

Построена теория преобразования изображения в нелинейных оптических системах, использующая аппарат функций Грина. Показано, что нелинейный преобразователь эквивалентен системе из большого числа преломляющих поверхностей, излучающих когерентно. В качестве примера вычислены геометрические аберрации преобразователя, работающего по схеме «касательного синхронизма».

Сложение частот в оптически нелинейных средах позволяет переводить инфракрасное изображение в видимую область. Существует несколько схем преобразователей, отличающихся геометрией поля накачки (плоская, сферическая, цилиндрическая волны) и принципом работы [1-10]. В параксиальном приближении построена теория формирования видимого изображения [3-8]. Вопрос об аберрациях нелинейных оптических систем в литературе не рассматривался. Следует отметить, что даже в схеме «касательного синхронизма» [1, 2] аберрации, вообще говоря, существенны и в некоторых случаях определяют разрешающую способность прибора.

В настоящей работе предлагается теория формирования изображения, основанная на методе функции Грина и позволяющая выйти за рамки параксиальной оптики. В качестве примера вычисляются аберрации преобразователя, работающего по схеме «касательного синхронизма».

Для простоты расчетов пренебрежем двулучепреломлением, отражением и преломлением на гранях кристалла и ограничимся приближением заданного поля по накачке и инфракрасному излучению, а также скалярной теорией распространения волн [11]. С учетом этих приближений поле суммарной частоты E_s в точке наблюдения R_s дается формулой

$$E_s(\mathbf{R}_s) = \gamma \int\limits_V d^3R_V E_p(\mathbf{R}_V)\, E_{ir}(\mathbf{R}_V)\, r_s^{-1} e^{ik_s r_s}, \tag{1}$$

где $\mathbf{r}_s = \mathbf{R}_s - \mathbf{R}_V$, $r_s^{-1} e^{ik_s r_s}$ — функция Грина волнового уравнения, γ — нелинейная константа, E_p, E_{ir} — напряженности полей накачки и инфракрасного излучения соответственно. Интегрирование в (1) идет по объему V нелинейного кристалла.

Представим поле накачки в виде

$$E_p(\mathbf{R}_V) = A_p(\mathbf{R}_V)\, e^{ik_p \Phi_p(\mathbf{R}_V)},$$

где $A_p(R_V)$ — медленно меняющаяся по сравнению с фазой $\Phi_p(R_V)$ функция, k_p — длина волнового вектора накачки. Разобьем объем кристалла на бесконечно тонкие слои, по форме совпадающие с поверхностями постоянной фазы накачки $\Phi_p(R_V) = \text{const}$, и выберем в формуле (1) следующий порядок интегрирования: сначала интегрируем по фазовой поверхности накачки, затем суммируем излучение от всех поверхностей. Для сферической инфракрасной волны с центром в точке R_{ir} формула (1) примет вид

$$E_s(\mathbf{R}_s) = g \int dz_V e^{ik_p \Phi_p(z_V)} \int_{\sigma_V} d^2\sigma_V A_p(\sigma_V) \frac{e^{i[k_{ir}r_{ir}+k_s r_s]}}{r_{ir} r_s}, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{r}_{ir} = \boldsymbol{R}_V - \boldsymbol{R}_{ir}$; g — параметр, характеризующий интенсивность инфракрасной волны и нелинейность кристалла; z_V — координата пересечения фазовой поверхности накачки с осью z; σ_V — координаты точки на этой поверхности.

Интеграл по σ_V в формуле (2) по форме совпадает с интегралом Френеля—Кирхгофа [11] для преломляющей поверхности $\Phi_p(\boldsymbol{R}_V) = \text{const}$ с показателем преломления $n = k_s/k_{ir}$. Таким образом, нелинейный кристалл ведет себя как система непрерывно расположенных вдоль оси z и когерентно излучающих поверхностей с апертурными диафрагмами с амплитудными прозрачностями $A_p(\sigma_{V_0}, z_V)$.

Нелинейный преобразователь вносит в изображение искажения двух типов. Первое — аберрации каждой преломляющей поверхности и дифракция на ней. Второе — размытие, носящее характер неустранимой дефокусировки и связанное с тем, что изображение формируется большим числом преломляющих поверхностей, каждая из которых дает изображение в своем месте.

Рассмотрим случай, когда для каждой преломляющей поверхности справедливо приближение геометрической оптики. Тогда излучение суммарной частоты представляет собой совокупность интерферирующих лучей.

Выберем накачку в виде плоской волны, распространяющейся вдоль оси z

$$E_p(\mathbf{R}_V) = A_p e^{ik_p z_V}.$$

Координаты ρ_s пересечения луча, который преломился в точке ρ_V плоскости, находящейся на расстоянии z_V от начала координат с плоскостью наблюдения z_s, даются формулой

$$\rho_s = \rho_{ir} \frac{|z_s - z_V|}{nr} + \rho_V \left[1 - \frac{|z_s - z_V|}{nr}\right],$$

где

$$r^2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)(\rho_V - \rho_{ir})^2 + (z_V - z_{ir})^2,$$

ρ_{ir}, ρ_s, ρ_V — поперечные, z_{ir}, z_s, z_V — продольные координаты источника, точки наблюдения и элемента кристалла соответственно. Фаза луча, пришедшего в точку $\mathbf{R}_s$ и преломившегося в точке $\mathbf{R}_V$,

$$\Phi(\mathbf{R}_{ir}, \mathbf{R}_s, \mathbf{R}_V) = k_p z_V + k_{ir} r_{ir} - k_s r_s. \tag{3}$$

Последний член в (3) входит с минусом, так как изображение находится в мнимом пространстве.

Рассмотрим параксиальное приближение

$$\frac{\Delta\rho_V}{z_V - z_{ir}} \ll 1, \quad \frac{\Delta\rho_V}{z_V - z_s} \ll 1 \quad (z_V \geqslant 0, \; z_{ir} \leqslant 0, \; z_s \leqslant 0),$$

где $\Delta\rho_s = \rho_s - \rho_{ir}$, $\Delta\rho_V = \rho_V - \rho_{ir}$. Тогда можно положить

$$\Delta\rho_s = \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) z_V + \frac{1}{n} z_s - z_{ir}}{z_V - z_{ir}} \Delta\rho_V, \tag{4}$$

$$\Phi = \Phi_0 + (k_p + k_{ir} - k_s) z_V + \frac{k_{ir}}{2}\left[\frac{\Delta\rho_V^2}{z_V - z_{ir}} - n \frac{(\Delta\rho_V - \Delta\rho_s)^2}{z_V - z_s}\right], \tag{5}$$

где $\Phi_0 = -k_{ir} z_{ir} + k_s z_s$.

В случае «касательного синхронизма» второй член в формуле (5) равен нулю. Из формул (4), (5) видно, что в точку $\Delta\rho_s=0$ все лучи приходят в фазе. Следовательно, поперечные координаты параксиального изображения совпадают с поперечными координатами инфракрасного источника. Из вышеизложенного следует, что даже в параксиальном приближении имеет место неустранимая дефокусировка. Поэтому в качестве плоскости параксиального изображения выберем ту плоскость наблюдения, в которой дефокусировочное размытие минимально. Процедура нахождения размытия состоит в следующем. Из уравнения (4) находим связь между продольным и поперечными координатами элементов кристалла, дающих лучи в точку наблюдения $\Delta\rho_s$.

Теперь можно выразить фазу лучей, приходящих в эту точку, как функцию только от z_V. Считается, что если при z_V, пробегающем длину кристалла, фаза колеблется в пределах π, точка наблюдения находится в пределах светлого пятна. Размер этого пятна оказывается минимальным в плоскости

$$z_s=nz_{ir}-(n-1)\frac{L}{2}, \tag{6}$$

где L — толщина нелинейного кристалла. В этой плоскости величина размытия Δ определяется формулой

$$\Delta^2=\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{1}{n}\right)\frac{L}{k_{ir}}. \tag{7}$$

Легко видеть, что величина размытия Δ не изменится, если на переднюю грань кристалла наложить диафрагму с размерами большими, чем D

$$\left(\frac{D}{z_{ir}}\right)^2=\frac{2\pi}{\left(1-\frac{1}{n}\right)k_{ir}L}. \tag{8}$$

Резюмируя, можно сказать, что в параксиальном приближении нелинейный кристалл эквивалентен преломляющей плоскости с показателем преломления $n=k_s/k_{ir}$, расположенной в центре кристалла с апертурной диафрагмой диаметром D. При этом размытие Δ по порядку величины совпадает с размером дифракционного пятна при дифракции инфракрасного излучения на диафрагме D.

Перейдем к рассмотрению геометрических аберраций. Рассмотрим тонкий кристалл и разложим фазу в ряд по параметрам z_V/r_{ir} и z_V/r_s, ограничиваясь линейными членами разложения

$$\Phi=\Phi_0'+\Delta k\,(z_s,\ z_{ir},\ \Delta\rho_V)\,z_V, \tag{9}$$

где

$$\Phi_0'=k_{ir}r_{ir}'-k_sr_s',\quad \Delta k=k_p+k_{ir}\cos\Theta_{ir}-k_s\cos\Theta_s,\quad \cos\Theta_{ir}=\frac{|z_{ir}|}{r_{ir}'},$$

$$\cos\Theta_s=\frac{|z_s|}{r_s'},\quad r_{ir}'=\sqrt{\Delta\rho_V^2+z_{ir}^2},$$

$$r_s'=\sqrt{(\Delta\rho_V-\Delta\rho_s)^2+z_s^2}.$$

Это приближение справедливо при условии

$$k_{ir}z_{ir}\left(\frac{L}{z_{ir}}\right)^2\leqslant\pi. \tag{10}$$

Ниже будет видно, что условие (10) выполняется всегда, когда аберрационное размытие превосходит неустранимую дефокусировку. Из формулы (9) видно, что существенный вклад в изображение будет давать центральная часть кристалла, ограниченная диафрагмой с диаметром D_a, определяемым условием

$$\Delta k\,(z_s,\ z_{ir},\ D_a)\,L=\pi. \tag{11}$$

Условие (11) по форме совпадает с выражением для угловой ширины главного максимума синхронизма для взаимодействующих в нелинейном кристалле плоских волн. Однако оно написано для лучей и справедливо только для тонких кристаллов. При $D_a/z_{ir} \ll 1$ условие (11) принимает вид

$$\left(\frac{D_a}{z_{ir}}\right)^2 = \frac{2\pi}{\left(1-\frac{1}{n}\right)k_{ir}L}. \qquad (12)$$

Тогда размер аберрационного размытия определяется формулой

$$\Delta_a = \frac{1}{2}\frac{n+1}{n-1}\sqrt{1-\frac{1}{n}}\left(\frac{2\pi}{k_{ir}L}\right)^{3/2} z_{ir}. \qquad (13)$$

λ_{ir}, мкм	L, мм	d_a, мм	Z_a, см
1	10	$2 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^4$
10	10	$6 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^3$
1	1	$6 \cdot 10$	$2 \cdot 10^2$
10	1	$2 \cdot 10$	$2 \cdot 10$
1	10^{-1}	2	2
10	10^{-1}	$6 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$

Сопоставляя формулы (7) и (13), приходим к выводу, что аберрационное размытие превосходит неустранимую дефокусировку при $z_{ir} > z_a$, где

$$z_a = \frac{n-1}{n+1}\frac{1}{2\pi}k_{ir}L^2. \qquad (14)$$

Из (14) видно, что (10) выполняется всюду, где аберрации существенны. При этом аберрации превосходят дифракционное размытие, когда поперечный размер кристалла больше d_a, где $d_a^2 = \frac{n(n-1)}{(n+1)^2}\frac{1}{2\pi}k_{ir}L^3$.

В таблице приведены значения d_a и z_a, для разных длин волн и разных кристаллов.

Аберрационные кривые совпадают с соответствующими кривыми для плоского преломляющего слоя, но в отличие от последних размыты на величину порядка размера неустранимой дефокусировки (аберрационные полосы).

Литература

[1] J. E. Midwinter. Appl. Phys. Lett., *12*, 68, 1968.
[2] J. Warner. Appl. Phys. Lett., *13*, 360, 1968.
[3] H. Firester. J. Appl. Phys., *40*, 4842 1969.
[4] H. Firester. J. Appl. Phys., *41*, 703, 1970.
[5] Э. С. Воронин, М. И. Дивликеев, Ю. А. Ильинский, В. С. Соломатин. ЖЭТФ, *58*, 51, 1970.
[6] R. A. Andrews. IEEE, *QE-5*, 548, 1969.
[7] R. A. Andrews. IEEE, *QE-6*, 68 1970.
[8] W. Chiou. J. Appl. Phys., *42* 1985, 1971.
[9] H. Firester. Appl. Opt., *9*, 2266, 1970.
[10] А. В. Гайнер, Г. В. Кривощеков, С. В. Круглов, С. И. Маренников, П. А. Чаповский. Сб. «Нелинейные процессы в оптике». Изд. «Наука», Новосибирск, 1970.
[11] М. Борн. Основы оптики. Изд. «Наука», М., 1970.

Поступило в Редакцию 28 июня 1971 г.