

УДК 539.12

Квазистатические динамические поляризуемости спинорной частицы в КЭД

В. В. АНДРЕЕВ, А. М. СЕЙТЛИЕВ

На основе разработанной методики получены выражения для квазистатических поляризуемостей γ_0 и $\gamma_0^{dyn}(\nu)$, которые представляют собой электромагнитные поправки к поляризуемостям в общем случае.

Данный подход открывает более широкие возможности для изучения внутренней структуры нуклонов и может быть применен в рамках различных квантово-полевых теорий и моделей.

Ключевые слова: поляризуемость, комптоновское рассеяние, инвариантные амплитуды, матричный элемент.

On the basis of the developed technique the formulae for quasistatic polarizabilities γ_0 and $\gamma_0^{dyn}(\nu)$ that represent electromagnetic corrections to polarizability in general are received.

The given approach opens more ample opportunities for nucleon internal structure studying and can be applied within the limits of various quantum-field theories and models.

Keywords: polarizability, Compton scattering, invariant amplitudes, matrix element.

Введение

Низкоэнергетическое комптоновское рассеяние на адронах является важным инструментом для исследования взаимодействия элементарных частиц с внешним электромагнитным полем. Так, если в длинноволновом пределе для реакции рассеяния можно определить только заряд мишени (томпсоновский предел), то с ростом энергий фотонов начинает проявляться внутренняя структура системы. Эти структурные эффекты в случае неполяризованного комптоновского рассеяния учитываются путем введения в формулу сечения двух параметров: электрической α_E и магнитной β_M поляризуемости адрона.

В целом ряде работ [1-4] было показано, что, кроме электрической и магнитной поляризуемости, в комптоновском рассеянии (КР) электромагнитные характеристики системы описываются и функциями $\gamma_{1, \dots, 4}$. Эти параметры по аналогии с α_E и β_M получили название "спиновых поляризуемостей" [1-3] или "гираций" [1-2].

Изучение поляризуемостей позволит углубить наше понимание внутренней структуры протона и других адронов с одной стороны и, в то же самое время, послужит проверкой теоретического обоснования введения подобных характеристик [5].

При изучении поляризуемостей весьма актуальной задачей остается разработка различных методов, позволяющих получать теоретические оценки поляризуемостей, а также извлекать эти параметры из экспериментальных данных. Важным моментом в подобного рода исследованиях является получение инвариантных амплитуд комптоновского рассеяния, которые непосредственно связаны с вышеуказанными структурными характеристиками.

В данной работе рассмотрена оригинальная методика извлечения инвариантных амплитуд для различных квантово-полевых теорий и моделей путем сравнения с общим выражением для амплитуды комптоновского рассеяния (АКР). Характерной особенностью данной методики является непосредственный расчет АКР как скалярной функции, зависящей от мандельштамовских переменных методом базисных спиноров (МБС) [6, 7]. В рамках методики найдены

так называемые “квазистатические”, а также “динамические” квазистатические поляризуемости, которые возникают в рамках квантовой электродинамики (КЭД) при учете следующего за борновским порядка теории возмущений.

1 Комптоновское рассеяния на фермионе

Для описания кинематики реакции комптоновского рассеяния на фермионе f спина $1/2$

$$f(p, \lambda) + \gamma(k, \sigma) \rightarrow f(p', \lambda') + \gamma(k', \sigma') , \quad (1)$$

где p и p' — импульсы начального и конечного фермионов со спиральностями λ и λ' , соответственно; k и k' — импульсы входящего и исходящего фотонов со спиральностями σ , σ' , выберем систему центра инерции (СЦИ).

Кинематика в СЦИ относительно простая и задается при помощи энергии одной из частиц и угла рассеяния в соответствующей плоскости. Энергия начального фермиона связана с энергией фотона $E_\gamma = \omega$ соотношением:

$$E_f = \sqrt{E_\gamma^2 + m_f^2}, \quad \beta = E_\gamma/E_f . \quad (2)$$

Выбрав в качестве направления движения пучка фермионов ось Z и плоскость $X-Z$ как плоскость рассеяния, получим, что компоненты 4-векторов импульсов реакции (1) и векторов поляризации фотонов имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} p &= E_f(1, 0, 0, \beta), & p' &= E_f(1, \beta \sin \theta, 0, \beta \cos \theta), \\ k &= E_\gamma(1, 0, 0, -1), & k' &= E_\gamma(1, -\sin \theta, 0, -\cos \theta), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\varepsilon_\sigma(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \mp i, 0), \quad \varepsilon_{\sigma'}^*(k') = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \cos \theta, \pm i, -\sin \theta), \quad (\sigma, \sigma' = \pm 1). \quad (4)$$

Мандельштамовские переменные бинарной реакции (1)

$$\begin{aligned} s &= (p+k)^2 = (p'+k')^2 = (E_f + E_\gamma)^2, \\ t &= (p-p')^2 = (k-k')^2 = -4E_\gamma^2 \sin^2(\theta/2), \\ u &= (p-k')^2 = (p'-k)^2 = (E_f - E_\gamma)^2 - 4E_\gamma^2 \cos^2(\theta/2) \end{aligned} \quad (5)$$

связаны соотношением

$$s + t + u = 2m_f^2 . \quad (6)$$

Помимо этого, удобно ввести ряд дополнительных переменных:

$$\begin{aligned} s_m &= s - m_f^2 = 2E_\gamma \sqrt{s}, & t_m &= t - 4m_f^2, \\ u_m &= u - m_f^2 = -2E_\gamma \left(2E_\gamma \cos^2(\theta/2) + \frac{m_f^2}{\sqrt{s}} \right), \\ r &= \sqrt{m_f^4 - su} = s_m \cos(\theta/2), & \nu &= \frac{s-u}{4m_f}, \end{aligned} \quad (7)$$

с помощью которых конечные выражения примут более компактный вид.

Матричный элемент реакции комптоновского рассеяния (1), в самом общем случае, записывается следующим образом [8, 9]:

$$\mathcal{T}_{\lambda, \sigma}^{\lambda', \sigma'} = \varepsilon_{\sigma'}^{\mu}(k') \varepsilon_{\sigma}^{*\nu}(k) \bar{u}_{\lambda'}(p') H^{\mu\nu} u_{\lambda}(p) . \quad (8)$$

Тензор амплитуды комптоновского рассеяния $H^{\mu\nu}$ задается при помощи шести инвариантных амплитуд $T_1 \dots T_6$, называемых амплитудами Праджа в виде [9, 10]:

$$H^{\mu\nu} = -\frac{P'^{\mu}P'^{\nu}}{P'^2}(T_1 + T_2\hat{K}) - \frac{N^{\mu}N^{\nu}}{N^2}(T_3 + T_4\hat{K}) + \\ + i\frac{P'^{\mu}N^{\nu} - P'^{\nu}N^{\mu}}{P'^2K^2}\gamma_5 T_5 + i\frac{P'^{\mu}N^{\nu} + P'^{\nu}N^{\mu}}{P'^2K^2}\gamma_5 \hat{K} T_6, \quad (9)$$

где 4-вектора P^{μ} , Q^{μ} , K^{μ} и N^{μ} — это линейные комбинации импульсов реакции:

$$P^{\mu} = \frac{1}{2}(p + p')^{\mu}, K^{\mu} = \frac{1}{2}(k + k')^{\mu}, Q^{\mu} = \frac{1}{2}(k' - k)^{\mu}, \\ P'^{\mu} = P^{\mu} - \frac{P \cdot K}{K^2}K^{\mu}, N^{\mu} \equiv \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}P'_{\nu}Q_{\alpha}K_{\beta}. \quad (10)$$

В соотношениях (9), (10) антисимметричный тензор Леви-Чивита выбран так, чтобы $\varepsilon^{0123} = 1$, а матрица $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$.

Амплитуды T_k являются скалярными функциями, зависящими от двух мандельштамовских переменных ν и t и не имеют кинематических сингулярностей, но имеют кинематические связи, возникающие из-за обращения в ноль знаменателей в уравнении (9) при некоторых значениях ν и t (см. подробнее об этом [9]).

По этой причине вводят инвариантные амплитуды $A_i(\nu, t)$, ($i = 1, \dots, 6$) [9, 11]:

$$A_1 = \frac{1}{t}(T_1 + T_3 + \nu(T_2 + T_4)), \quad A_2 = \frac{1}{t}(2T_5 + \nu(T_2 + T_4)), \\ A_3 = \frac{m_f^2}{r^2}\left(T_1 - T_3 - \frac{t}{4\nu}(T_2 - T_4)\right), \quad A_4 = \frac{m_f^2}{r^2}\left(2m_f T_6 - \frac{t}{4\nu}(T_2 - T_4)\right), \\ A_5 = \frac{1}{4\nu}(T_2 + T_4), \quad A_6 = \frac{1}{4\nu}(T_2 - T_4). \quad (11)$$

Отметим, что в предлагаемой методике наличие кинематических связей устраняется за счет явного вычисления амплитуды (8).

Амплитуды $A_i(\nu, t)$, называемые в литературе амплитудами Львова, симметричны относительно замены $\nu \rightarrow -\nu$

$$A_i(-\nu, t) = A_i(\nu, t). \quad (12)$$

Знание инвариантных амплитуд позволяет напрямую получить информацию о таких структурных характеристиках фермионов, как поляризуемости. Так, электрическая α_E и магнитная β_M поляризуемости определяются посредством уравнений [9, 10]:

$$\alpha_E + \beta_M = -\frac{1}{2\pi}(a_3 + a_6), \quad \alpha_E - \beta_M = -\frac{1}{2\pi}a_1, \quad (13)$$

где a_i представляет собой разницу между инвариантной амплитудой $A_i(\nu, t)$ и ее борновской частью $A_i^B(\nu, t)$ при $\nu, t \rightarrow 0$ т.е.

$$a_i \equiv [A_i(\nu, t) - A_i^B(\nu, t)]_{\nu, t=0}. \quad (14)$$

Спиновые поляризуемости (или гирации [1,2]) γ_0, π связаны с (11) соотношениями:

$$\gamma_0 = \frac{1}{2\pi m_f}a_4, \quad \gamma_{\pi} = -\frac{1}{2\pi m_f}(a_2 + a_5). \quad (15)$$

2 Динамические поляризуемости

Матричный элемент реакции комптоновского рассеяния (8) в случае рассеяния вперед может быть представлен в следующем виде [11]:

$$\mathcal{T}_{\lambda, \sigma}^{\lambda', \sigma'}(\nu, t=0) = \chi_{\lambda'}^\dagger [(\boldsymbol{\varepsilon}'^* \boldsymbol{\varepsilon}) f(\nu) + (\boldsymbol{\sigma} [\boldsymbol{\varepsilon}'^* \times \boldsymbol{\varepsilon}]) g(\nu)] \chi_\lambda. \quad (16)$$

Здесь $\boldsymbol{\varepsilon}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}'$ — трехмерные вектора поляризации фермиона, в начальном и конечном состояниях соответственно, $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ — матрицы Паули, χ, χ^\dagger — спиноры. В силу кроссинг-симметрии амплитуда \mathcal{T} инвариантна относительно замен $\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}'$ и $\nu \rightarrow -\nu$, в результате чего для функций $f(\nu)$ и $g(\nu)$ справедливо:

$$f(\nu) = f(-\nu), \quad g(\nu) = -g(-\nu). \quad (17)$$

Разлагая функцию $g(\nu)$ в ряд по ν до пятого порядка, можно получить следующее выражение:

$$g(\nu) = -\frac{e^2 k_N^2}{8\pi M_f} \nu + \gamma_0 \nu^3 + \bar{\gamma}_0 \nu^5, \quad (18)$$

где γ_0 — спиновая поляризуемость (15); коэффициент $\bar{\gamma}_0$ определяет структурную характеристику, которая проявляется при частотах фотона больше, чем ω^3 ; k_N — аномальный магнитный момент фермиона, который в нашем случае равен нулю.

В случае комптоновского рассеяния вперед дисперсионная часть матричного элемента определяется инвариантной амплитудой Львова A_4 . Функция $g(\nu)$ связана с данной амплитудой при помощи соотношения:

$$A_4(\nu, t=0) = \frac{2\pi m_f}{\nu^3} [g(\nu) - \nu g'(0)]. \quad (19)$$

Слагаемое $g'(0)$ в силу (18) представляет собой величину \sim аномальному магнитному моменту k_N и, в силу равенства последнего нулю, не вносит вклада в выражение (19). Таким образом, функция $g(\nu)$ связана с A_4 следующим образом:

$$g(\nu) = \frac{\nu^3}{2\pi m_f} A_4(\nu, t=0). \quad (20)$$

Величина $\bar{\gamma}_0$ также может быть определена через амплитуду A_4 посредством выражений:

$$\bar{\gamma}_0 = \frac{a_{4, \nu}}{2\pi m_f}, \quad a_{4, \nu} = \frac{\partial}{\partial \nu} (A_i(\nu, 0) - A_i^B(\nu, 0)) \Big|_{\nu=0}. \quad (21)$$

Следуя [11], введем понятие “динамической” поляризуемости γ_0^{dyn} посредством уравнения:

$$\gamma_0^{dyn}(\nu) = \gamma_0 + \bar{\gamma}_0 \nu^2. \quad (22)$$

Поляризуемость γ_0^{dyn} характеризует интенсивность взаимодействия нуклона, вследствие наличия спина с электромагнитным полем с учетом вкладов всех мультиполей и эффектов запаздывания.

3 Методика получения инвариантных амплитуд

Стандартной методикой вычисления поляризуемостей фермионов в рамках какой-либо модели являются правила сумм, которые основаны на интегральных комбинациях сечений КР. Наиболее известным является правило сумм Балдина [12]:

$$\alpha_E + \beta_M = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\sigma_{1/2}(\omega) + \sigma_{3/2}(\omega)}{2\omega^2} d\omega, \quad (23)$$

где $\sigma_{1/2,3/2}(\omega)$ — поляризационные полные сечения фотопоглощения на фермионе для двух возможных комбинаций полного спина начальной системы.

Схема получения информации о поляризуемостях, с использованием правила сумм (23), состоит из:

- расчета в рамках модели амплитуды $\mathcal{M}_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'}$ с помощью соответствующих правил Фейнмана,
- вычисления поляризационных сечений реакции комптоновского рассеяния,
- расчета (аналитически или численно) интеграла в (23).

Аналогичная расчетная схема используется и для других правил сумм. Безусловно такие вычисления являются громоздкими и требуют значительных затрат.

В данной работе предлагается методика извлечения инвариантных амплитуд путем сравнения АКР (8) и амплитуды, рассчитанной в рамках какой-либо модели, т.е. решения системы уравнений

$$\mathcal{M}_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'} = \mathcal{T}_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'} \quad (24)$$

для различных значений спиральностей фотонов и фермионов.

Характерной особенностью данной методики является непосредственный расчет АКР (8) как скалярной функции, зависящей от мандельштамовских переменных (5), (7) и амплитуд Львова (Пранжа) и модельной амплитуды $\mathcal{M}_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'}$. Такие вычисления проведем используя метод базисных спиноров (МБС) [6, 7].

Используя МБС и кинематику в с.ц.и. находим, что

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\lambda,\sigma}^{\lambda',\sigma'} &= \sqrt{-t} \delta_{\lambda,-\lambda'} \times \\ &\times \left[\frac{\lambda}{2} \left(\frac{m_f^2 + s}{s_m} (T_1 - T_3 \sigma \sigma') + m_f (T_2 - T_4 \sigma \sigma') \right) - \sigma T_5 \delta_{\sigma,-\sigma'} \right] + \\ &+ r \delta_{\lambda,\lambda'} \left[\lambda \sigma T_6 \delta_{\sigma,\sigma'} - \frac{1}{2} (T_2 - \sigma \sigma' T_4) - \frac{m_f}{s_m} (T_1 - \sigma \sigma' T_3) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Выберем в качестве независимых спиральных амплитуд реакции комптоновского рассеяния, вычисляемого в какой-либо модели набор вида

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \mathcal{M}_{++}^{++}, \quad \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_{+-}^{+-}, \\ \mathcal{M}_3 &= \mathcal{M}_{+-}^{-+}, \quad \mathcal{M}_4 = \mathcal{M}_{--}^{--}, \\ \mathcal{M}_5 &= \mathcal{M}_{+-}^{+-}, \quad \mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_{++}^{++}. \end{aligned} \quad (26)$$

Составляя систему из шести уравнений, каждое из которых будет соответствовать определенной комбинации $(\lambda, \sigma, \lambda', \sigma')$, получим ее решение относительно инвариантных амплитуд Пранжа T_1, \dots, T_6 , через матричные элементы (26):

$$\begin{aligned} T_1 &= -\frac{1}{2r\sqrt{-t}} \left[r(\mathcal{M}_3 + 2\mathcal{M}_4 + \mathcal{M}_6) + m_f \sqrt{-t} (\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + 2\mathcal{M}_5) \right], \\ T_2 &= \frac{1}{2rs_m\sqrt{-t}} \left[2m_f r(\mathcal{M}_3 + 2\mathcal{M}_4 + \mathcal{M}_6) + (m_f^2 + s) \sqrt{-t} (\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + 2\mathcal{M}_5) \right], \\ T_3 &= \frac{1}{2r\sqrt{-t}} \left[r(\mathcal{M}_3 - 2\mathcal{M}_4 + \mathcal{M}_6) - m_f \sqrt{-t} (\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 - 2\mathcal{M}_5) \right], \\ T_4 &= \frac{1}{2rs_m\sqrt{-t}} \left[(m_f^2 + s) \sqrt{-t} (\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 - 2\mathcal{M}_5) - 2m_f r(\mathcal{M}_3 - 2\mathcal{M}_4 + \mathcal{M}_6) \right], \\ T_5 &= \frac{1}{2\sqrt{-t}} (\mathcal{M}_3 - \mathcal{M}_6), \\ T_6 &= \frac{1}{2r} (\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2). \end{aligned} \quad (27)$$

Используя определение (11), несложно получить и выражения для амплитуд A_1, \dots, A_6 через модельные спиральные амплитуды (26).

Данная методика извлечения каких-либо линейных комбинаций величин a_1, \dots, a_6 (см.(13),(15)) может быть упрощена в ситуации, когда требуется знание инвариантных амплитуд при каких-либо частных значениях инвариантных переменных ν, t

Так, для случая $t = 0$ (рассеяние вперед), амплитуда (8) после ряда преобразований запишется в виде:

$$\mathcal{T}_{\lambda, \sigma}^{\lambda', \sigma'} |_{t=0} = -4\nu^2 [(a_3 + a_6) m_f - \lambda \sigma \nu a_4] \delta_{\lambda, \lambda'} \delta_{\sigma, \sigma'} . \tag{28}$$

Из (28) следует, что для получения $a_3 + a_6 \pm \nu a_4$ достаточно вычислить амплитуды M_1 и M_2 и соответственно отпадает необходимость решения всей системы уравнений (27).

Аналогичные вычисления для рассеяния назад ($r = 0$) приводят к выражению

$$\mathcal{T}_{\lambda, \sigma}^{\lambda', \sigma'} |_{r=0} = -\frac{\sqrt{-t}}{8m_f^2} [\lambda \sqrt{tt_m} (4a_1 m_f^2 - a_5 t) + \sigma t (4a_2 m_f^2 - a_5 t_m)] \delta_{\lambda, -\lambda'} \delta_{\sigma, -\sigma'} , \tag{29}$$

из которого следует, что только амплитуды M_3 и M_6 способны дать информацию о возникающих там линейных комбинациях a_i .

4 Расчет динамической квазистатической поляризуемости в КЭД

Применим вышеизложенную методику для получения квазистатических поляризуемостей в КЭД. Для этого необходимо учесть следующий за борновским порядок теории возмущений, который будет воспроизводить структуры аналогичные поляризуемостям адронов спина 1/2, но за счет электромагнитных, а не сильных взаимодействий. По этой причине такие величины играют роль электромагнитных поправок к поляризуемостям.

АКР в КЭД с учетом следующего порядка теории по α можно записать в следующем виде:

$$M = M_B + M_C , \tag{30}$$

где M_B — амплитуда в борновском приближении, M_C — сумма матричных элементов, обусловленных вкладом однопетлевых диаграмм. Вклады в результирующую амплитуду M_C обусловлены диаграммами представленными на рисунке 1.

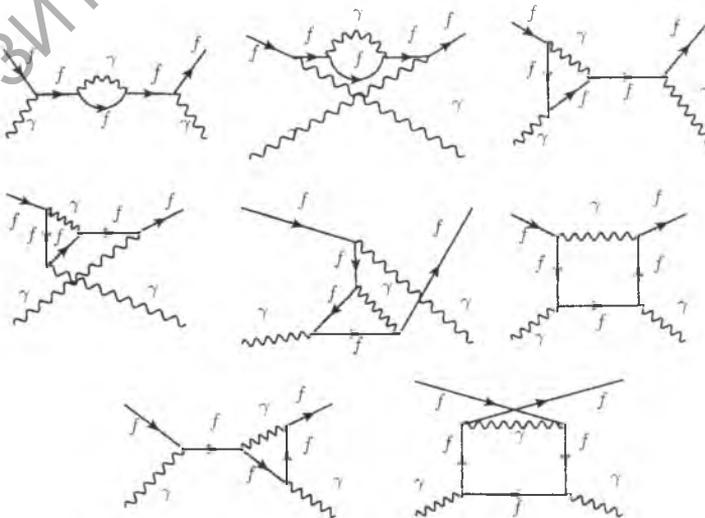


Рисунок 1: Однопетлевые диаграммы в КЭД для реакции $f\gamma \rightarrow f\gamma$

Полный расчет матричных элементов АКР для различных значений спиральностей фотонов и фермионов проведен в работе [13] на основе методики, представленной в [15]. Ниже приведем результаты [13] с учетом фазового множителя $\lambda \lambda'$ с целью корректного сравнения их с общей АКР (25):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{1,\mathcal{L}} = 2\alpha^2 \frac{r}{s_m} & \left\{ \frac{s_m^2 u + m_e^2 t^2 - 2m_f^4 t}{s u m u} + 4m_f^2 \frac{s_m^2 + m_f^2 t}{s_m u m} B' + \frac{2t}{t_m} B_{mm}(t) + \right. \\ & + m_f^2 \frac{5s^2 - 2m_f^2 s + m_f^4}{s s_m^2} B_{0m}(s) + \frac{r^2 u + 2tu^2 + 4m_f^2 u^2 + m_f^4 t}{u u_m^2} B_{0m}(u) + \\ & + \frac{1}{r^2} \left[-t(s^2 + t^2 + m_f^2 t - 9m_f^4) C_{mmm}(t) + t_m (s_m^2 - t^2 - m_f^2 t) C_{m0m}(t) - \right. \\ & - 2s_m [s^2 - m_f^2 (4s + u)] C_{0mm}(s) - 2u_m (t^2 + 3m_f^2 s - 7m_f^4) C_{0mm}(u) + \\ & + [s_m^3 t - m_f^2 s_m (2s_m^2 + s_m t_m - t t_m) + 2m_f^4 t^2 - 4m_f^6 t] + D_{m0mm}(t, s) + \\ & \left. + [t^3 u_m + m_f^2 (2t^3 + s_m^2 u_m - s_m u_m^2) - 2m_f^4 (s_m^2 - 3u_m^2) - 4m_f^6 t] D_{m0mm}(t, u) \right] \left. \right\}, \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{2,\mathcal{L}} = 2\alpha^2 \frac{r}{s_m} & \left\{ -\frac{u_m}{u} + 4m_f^2 \frac{r^2}{s_m u m} B' + 2t \frac{s_m^2 + m_f^2 (3s_m - u_m)}{r^2 t_m} B_{mm}(t) - \right. \\ & - (s + m_f^2) \frac{s_m^2 (2s_m + 3u) + 5m_f^2 s_m u_m - 2m_f^4 t}{r^2 s_m^2} B_{0m}(s) - \\ & - m_f^2 \frac{3s_m u u_m^2 - 2u_m^4 - m_f^2 (4r^2 u + u_m^3)}{r^2 u u_m^2} B_{0m}(u) + \\ & + \frac{1}{r^4} \left[-t[2r^2 s t_m + s^2 s_m^2 + m_f^2 (s_m^3 - s s_m u_m + s_m u u_m - u u_m^2)] C_{mmm}(t) + \right. \\ & + t_m [s_m^3 (s_m + 2t) - m_f^2 t^2 (4s_m + t) - m_f^4 t^2] C_{m0m}(t) \\ & - 2s_m [s^2 t t_m - m_f^2 s s_m (3s_m + 2t) + m_f^4 s_m u_m] C_{0mm}(s) + \\ & + 2u_m [r^2 s u + m_f^2 u (s_m t + u_m^2) + m_f^4 (2s_m^2 + 3st)] C_{0mm}(u) + \\ & + (s + m_f^2) [s^2 t^3 + m_f^2 s_m^2 (2s_m^2 + 3s_m t - 2t^2) - 5m_f^4 s_m t^2 - 2m_f^6 t^2] D_{m0mm}(t, s) \\ & + [s_m^2 t u_m^3 + m_f^2 u_m (3t^3 u + t^2 u_m^2 - 5t u_m^3 - 2u_m^4) - m_f^4 u_m^2 (5t^2 + 6t u_m - 4u_m^2) \\ & \left. + 2m_f^6 t^2 (t - 2u)] D_{m0mm}(t, u) \right] \left. \right\}, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{3,\mathcal{L}} = -4\alpha^2 \frac{m_f \sqrt{-t}}{s_m} & \left\{ \frac{s_m}{u_m} + 2m_f^2 \frac{s t}{s_m u m} B' + s \frac{3s - m_f^2}{s_m^2} B_{0m}(s) + \right. \\ & + \frac{3su + m_f^2 s - 2m_f^4}{u_m^2} B_{0m}(u) - 2m_f^2 C_{mmm}(t) - 2m_f^2 \frac{t}{u_m} C_{0mm}(u) - \\ & \left. - m_f^2 t D_{m0mm}(t, u) + (st - 3m_f^2 s + m_f^4) [D_{m0mm}(t, s) + D_{m0mm}(t, u)] \right\}, \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{4,\mathcal{L}} = & -2\alpha^2 \frac{m_f \sqrt{-t}}{s_m} \left\{ -\frac{r^2}{uu_m} + 4m_f^2 \frac{r^2}{s_m u_m} B' + 2 \frac{s-u}{t_m} B_{mm}(t) + 4 \frac{s^2}{s_m^2} B_{0m}(s) - \right. \\
 & - \frac{r^2 u_m + 2uu_m^2 - 4m_f^4 u}{uu_m^2} B_{0m}(u) + \\
 & + \frac{1}{r^2} \left[-t(2st + uu_m - 7m_f^2 s - m_f^4) C_{mmm}(t) + t_m(2s_m^2 - u_m^2 - m_f^2 t) C_{m0m}(t) + \right. \\
 & - 2s_m(r^2 - 2s^2 - 2m_f^2 s) C_{0mm}(s) + 2u_m(2s+t)(u + m_f^2) C_{0mm}(u) + \\
 & - (s_m^3 t - s^2 t t_m - 4m_f^2 s s_m^2 - m_f^2 s t^2) D_{m0mm}(t, s) + \\
 & \left. \left. + (t^2 u^2 + 2t_m u_m^3 + 4m_f^2 u u_m^2 + m_f^4 t t_m) D_{m0mm}(t, u) \right] \right\}, \quad (34)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{5,\mathcal{L}} = & 2\alpha^2 \frac{m_f^2 r}{s_m u_m} \left\{ \frac{s-u}{m_f^2} + 4m_f^2 \frac{t}{s_m} B' + 4 \frac{s u_m}{s_m^2} B_{0m}(s) + 2 \frac{(2u-t)}{u_m} B_{0m}(u) + \right. \\
 & + \frac{1}{r^2} \left[-2u_m [s_m(s-u) + 2m_f^2 t] C_{mmm}(t) - 2st u_m C_{0mm}(s) - 2t(r^2 - m_f^2 u_m) C_{0mm}(u) + \right. \\
 & - u_m [st(s+2u) + 4m_f^2 r^2 - 3m_f^4 t] [D_{m0mm}(t, s) + D_{m0mm}(t, u)] + \\
 & \left. \left. - t^2 u_m (s + m_f^2) D_{m0mm}(t, u) \right] \right\}, \quad (35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{6,\mathcal{L}} = & -4\alpha^2 \frac{m_f^3 \sqrt{-t}}{s_m^2} \left\{ -\frac{s_m}{m_f^2} + 2m_f^2 \frac{t}{u_m} B' + \frac{s+m_f^2}{s_m} B_{0m}(s) + s_m \frac{3u - m_f^2}{u_m^2} B_{0m}(u) - \right. \\
 & - 2s_m [C_{mmm}(t) + C_{0mm}(s) - C_{0mm}(u)] - s_m(2s + u_m) D_{m0mm}(t, s) - \\
 & \left. - s_m(s + m_f^2) D_{m0mm}(t, u) \right\}, \quad (36)
 \end{aligned}$$

Функции в соотношениях (31)-(36) определены посредством уравнений

$$\begin{aligned}
 B' = & -\frac{1}{m_f^2} \left[1 + \ln\left(\frac{\lambda}{m_f}\right) \right], \quad B_{mm}(t) = \beta_t \ln(x_t), \\
 B_{0m}(v) = & \frac{v_m}{v} \ln\left(-\frac{v_m + i\epsilon}{m_f^2}\right), \quad C_{mmm}(t) = \frac{1}{2t} \ln^2(x_t), \\
 C_{m0m}(t) = & \frac{1}{\beta_t t} \left[\ln\left(\frac{\lambda^2}{m_f^2}\right) \ln(x_t) + \frac{1}{2} \ln^2(x_t) + 2\text{Li}(1+x_t) - \frac{\pi^2}{2} - 2\pi i \ln(1+x_t) \right], \\
 C_{0mm}(v) = & \frac{1}{v_m} \left[\text{Li}\left(-\frac{v_m + i\epsilon}{m_f^2}\right) + \ln\left(\frac{v + i\epsilon}{m_f^2}\right) \ln\left(-\frac{v_m + i\epsilon}{m_f^2}\right) \right], \\
 D_{m0mm}(t, v) = & \frac{1}{\beta_t t v_m} \left[2 \ln(x_t) \ln\left(\frac{\lambda m_f}{-v_m - i\epsilon}\right) - 2\text{Li}(1-x_t) \right. \\
 & \left. + 2\text{Li}(1+x_t) - \frac{\pi^2}{2} - 2\pi i \ln(1+x_t) \right]. \quad (37)
 \end{aligned}$$

Здесь используются определение дилогарифма $\text{Li}(x) = -\int_0^1 dt \ln(1-xt)/t$, а также следующие обозначения:

$$v_m = v - m_f^2, \quad \beta_t = \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{t + i\epsilon}}, \quad x_t = \frac{\beta_t - 1}{\beta_t + 1}.$$

Параметр λ представляет собой инфинитизимальную массу фотона, которая определяется чувствительностью детектора и сокращается после добавления к матричному элементу слагаемых, учитывающих низкоэнергетические (мягкие) фотоны. Величина $i\epsilon$ является мнимой величиной малого порядка, необходимой для вычисления интегралов, однако в описываемом методе она является несущественной и может быть положена равной нулю.

Получим явные выражения для “динамической” поляризуемости γ_0^{dyn} при помощи соотношений (13) и (28), (29) на основе методики раздела 3. Поскольку для получения инвариантных амплитуд, связанных с поляризуемостями, необходимо вычитание ее борновской части (см.(14)), то вклад в аналогичные структуры за счет электромагнитных взаимодействий будут давать только матричные элементы (31)-(36).

Для этого рассчитаем функцию $g(\nu)$ в явном виде, воспользовавшись выражениями (19), (17) и (28). После некоторых преобразований имеем, что

$$g(\nu) = \frac{\nu^3}{16\pi m_f} (M_{3,\mathcal{L}} - M_{1,\mathcal{L}}). \quad (38)$$

Далее разлагая полученное выражение в ряд по ν (18) и выделяя слагаемое $\sim \nu^3$, находим спиновую квазистатическую поляризуемость γ_0 :

$$\gamma_0 = \frac{\alpha^2}{2\pi m_f^4} \left(\frac{37}{9} + \frac{20}{3} \ln 2 \right) + \frac{10}{3} \frac{\alpha^2}{\pi m_f^4} \ln \left(\frac{\nu}{m_f} \right). \quad (39)$$

Разложение $g(\nu)$ вплоть до ν^5 позволяет найти величину γ_0 :

$$\gamma_0 = -\frac{1856}{225\pi m_f^6} \alpha^2 - \frac{448}{15\pi m_f^6} \alpha^2 \ln \left(\frac{2\nu}{m_f} \right). \quad (40)$$

На основе определения (22) и полученных соотношений (39)-(40) находим, что динамическая квазиполяризуемость $\gamma_0^{dyn}(\nu)$ имеет следующий вид:

$$\gamma_0^{dyn}(\nu) = -\alpha^2 \frac{925 m_f^2 + 3712 \nu^2}{450\pi m_f^6} - \alpha^2 \frac{2(25 m_f^2 + 224 \nu^2)}{15\pi m_f^6} \ln \left(\frac{2\nu}{m_f} \right). \quad (41)$$

Как следует из полученных выражений, квазистатическая (γ_0) и динамическая (γ_0^{dyn}) поляризуемости, помимо постоянных членов, содержат и неаналитические слагаемые $\sim \ln \nu$, которые расходятся в томпсоновском пределе ($\nu \rightarrow 0$). Именно вышеуказанное свойство и послужило причиной того, что в работе [16] структуры подобного рода были названы квазистатическими поляризуемостями.

Таким образом, в силу того, что структуры (40), (41) аналогичны поляризуемостям и появляются за счет электромагнитных взаимодействий, имеет смысл говорить о них, как о неких “квазиполяризуемостях”, которые представляют собой электромагнитные поправки к поляризуемостям в общем случае.

Заключение

В работе изложена оригинальная методика извлечения инвариантных амплитуд путем сравнения общей и модельной АКР. В отличие от подходов, основанных на правилах сумм, данная методика не требует вычисления сечений рассеяния для КР и последующего интегрирования. В рамках предлагаемого авторами подхода достаточно получить АКР процесса, причем во многих случаях нет необходимости в нахождении всех возможных матричных элементов.

На основе разработанной методики получены выражения для квазистатических поляризуемостей γ_0 и $\gamma_0^{dyn}(\nu)$, которые представляют собой электромагнитные поправки к поляризуемостям в общем случае.

Данный подход открывает более широкие возможности для изучения внутренней структуры нуклонов и может быть применен в рамках различных квантово-полевых теорий и моделей.

Литература

1. Максименко, Н. В., Мороз Л. Г. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: общая и ядерная физика. — 1979. — № 4(10). — С. 26–27.
2. Левчук, М. И., Мороз Л. Г. // Весті АН БССР. Сер.фіз.-мат. наук. — 1985. — № 1. — С. 45–54.
3. Ragusa, S. // Phys. Rev. — 1993. — Vol. D47. — P. 3757–3767.
4. Ragusa, S. // Phys. Rev. — 1994. — Vol. D49. — P. 3157–3159.
5. Pasquini, B., Drechsel D., Vanderhaeghen M. // Phys.Rev. — 2007. — Vol. C76. — P. 015203.
6. Андреев, В. В. // Ядерная физика. — 2003. — Т. 66, № 2. — С. 410–420.
7. Андреев, В. В. // Гомель: УО “Гомельский государственный университет им.Ф. Скорины”, 2004. — 235 с.
8. Prange, R. E. // Phys. Rev. — Apr 1958. — Vol. 110, № 1. — P. 240–252.
9. Петрунькин, В. А. // ЭЧАЯ. — 1981. — Т. 12. — С. 692–753.
10. Drechsel, D., Pasquini B., Vanderhaeghen M. // Phys. Rept. — 2003. — Vol. 378. — P. 99–205.
11. Pasquini, B., Pedroni, P., Drechsel, D. // — 2010. - Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/1001.4230v2> – Date of access: 15.05.2011
12. Baldin, A. // Nucl. Phys. — 1960. — Vol. C18. — P. 310–317.
13. Denner, A., Dittmaier S. // Nucl. Phys. — 1999. — Vol. B540. — P. 58–86.
14. Лapidус, Л. И., Чжоу Г.-ж. // ЖЭТФ. — 1961. — Т. 41, № 1(7). — С. 294–302.
15. Denner, A. // Fortschr. Phys. — 1993. — Vol. 41. — P. 307–420.
16. Holstein, B. R., Pascalutsa V., M. Vanderhaeghen // Phys. Rev. — 2005. — Vol. D72, № 9. — P. 094014.
17. Llanta, E., Tarrach R. // Phys.Lett. — 1978. — Vol. B78. — P. 586.
18. Nakamura, K. et al. // Journal of Physics G. — 2010. — Vol. 37. — P. 075021.