УДК 621.373 : 535

НИЗКОЧАСТОТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ТВЕРДОТЕЛЬНОМ ЛАЗЕРЕ, РАБОТАЮЩЕМ В РЕЖИМЕ СИНХРОНИЗАЦИИ АКСИАЛЬНЫХ МОД

Т. Н. Зубарев, В. М. Мартынов и *Ю. А. Тарасов*

Рассмотрена кинетика генерации при самосинхронизованной генерации нескольких пар мод с разными аксиальными и поперечными индексами.

Рядом авторов [1, 2] был теоретически исследован режим работы лазера, при котором фазы отдельных мод связаны и индуцированное излучение на выходе из лазера представляет собой результат интерференции излучений отдельных сфазированных излучателей. В этих работах рассматривался случай синхронизации аксиальных, «далеких» мод с неперекрывающимися резонансами. Излучение на выходе из лазера оказывается при этом промодулированным с частотой Δ, равной разности частот между соседними, вошедшими в зацепление аксиальными модами. Указанный режим наблюдался неоднократно экспериментально [3, 4]. При рассмотрении осциллограмм индуцированного излучения, приведенных в работе [4], в которой использовался рубиновый лазер на плоских зеркалах, можно видеть, что высокочастотная модуляция, объясняемая синхронизацией аксиальных мод, происходит на фоне низкочастотной модуляции, характеризуемой по порядку величины обычной для пичковых режимов кинетической частотой ω_k. Как показано в ряде исследований [5, 6], низкочастотная модуляция может быть связана с взаимодействием «близких» мод с перекрывающимися резонансами («одночастотные решения»). Поэтому, принимая во внимание, что в случае резонатора на плоских зеркалах число возбужденных поперечных мод невелико, представляется интересным провести анализ временной зависимости генерации лазера при взаимодействии нескольких пар мод, имеющих общий индекс для аксиальных колебаний и разные индексы для одного из поперечных колебаний. Такая задача рассмотрена в настоящей работе. Индуцированное излучение оказывается промодулированным дважды, с частотами Δ и $\omega \simeq \omega_k$. Этот результат необходимо учитывать при анализе возможных причин возникновения пичковых режимов в опытах, аналогичных описанным в работе [4].

Будем описывать работу твердотельного многомодового лазера системой уравнений [6]

$$i\left(\dot{A}_\lambda + \frac{\gamma_1}{2} A_\lambda\right) - \omega_\lambda A_\lambda = \int B_\lambda(\mathbf{x})\, r(\mathbf{x}, t)\, d\mathbf{x}, \tag{1}$$

$$i\left(\dot{r} + \frac{\gamma_2}{2} r\right) - \omega_0 r = -\sum_{\lambda'} A_{\lambda'} N_- B_{\lambda'}(\mathbf{x}), \tag{2}$$

$$\dot{N}_- + \gamma_+ N_- - \gamma_- n_0 = -2i \sum_{\lambda'} B_{\lambda'}(\mathbf{x}) \left(A_{\lambda'} r^* - A^*_{\lambda'} r\right), \tag{3}$$

где A_λ — λ-я компонента в разложении поля по собственным функциям Φ_λ резонатора, ω_λ — собственные частоты резонатора, ω_0 — частота линии излучения вещества, r — переменная поляризации, n_0 — плотность активных частиц, N_- — инверсная заселенность, $\gamma_- = W_0 - 1/\tau$, $\gamma_+ = W_0 + 1/\tau$, γ_1 — скорость утечки энергии поля из резонатора, γ_2 — ширина линии излучения вещества, W_0 — скорость образования возбужденных атомов за счет подсветки, $1/\tau$ — вероятность спонтанного излучения атома, $B_\lambda(\mathbf{x}) = P_\lambda \Phi_\lambda(\mathbf{x})$, $P_\lambda = (2\pi/\hbar\omega_\lambda)^{1/2}(\mathbf{M}(\mathbf{x})\,\mathbf{e}_\lambda)$, $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ — средний дипольный момент единицы объема, $\mathbf{e}_\lambda$ — вектор поляризации.

Разлагая в (1)$\div$(3) r по собственным функциям резонатора $\left(r = \sum\limits_\lambda y_\lambda(t)\,\Phi_\lambda(\mathbf{x})\right)$, интегрируя по объему резонатора с учетом нормировки $\left(\int \Phi_\lambda \Phi_{\lambda'} d\mathbf{x} = \delta_{\lambda\lambda'}\right)$ и вводя в рассмотрение функции

$$N_\lambda = 2ie^{-\gamma_+ t} \int dt_1 e^{\gamma_+ t_1} P_\lambda (A_\lambda y_\lambda^* - A_\lambda^* y_\lambda), \tag{4}$$

$$N_{\lambda\lambda'} = 2ie^{-\gamma_+ t} \int dt_1 e^{\gamma_+ t_1} [P_\lambda (A_\lambda y_{\lambda'}^* - A_\lambda^* y_{\lambda'}) + P_{\lambda'} (A_{\lambda'} y_\lambda^* - A_{\lambda'}^* y_\lambda)], \tag{5}$$

приходим к следующей системе уравнений:

$$i\left(\dot{A}_\lambda + \frac{\gamma_1}{2} A_\lambda\right) - \omega_\lambda A_\lambda = \bar{P} y_\lambda, \tag{6}$$

$$i\left(\dot{y}_\lambda + \frac{\gamma_2}{2} y_\lambda\right) - \omega_0 y_\lambda = -\sum_n \bar{P} A_n \left(\delta_{\lambda n} N_0 - \sum_k \mu_{\lambda nkk} N_k - \sum_{\lambda'' > \lambda'''} \mu_{\lambda n \lambda'' \lambda'''} N_{\lambda'' \lambda'''}\right), \tag{7}$$

$$\dot{N}_\lambda + \gamma_+ N_\lambda = 2i\bar{P} (A_\lambda y_\lambda^* - A_\lambda^* y_\lambda), \tag{8}$$

$$\dot{N}_{\lambda\lambda'} + \gamma_+ N_{\lambda\lambda'} = 2i\bar{P} [(A_\lambda y_{\lambda'}^* - A_\lambda^* y_{\lambda'}) + (A_{\lambda'} y_\lambda^* - A_{\lambda'}^* y_\lambda)], \tag{9}$$

где $N_0 = \gamma_- n_0/\gamma_+$, $\mu_{\lambda\lambda'\lambda''\lambda'''} = \int \Phi_\lambda \Phi_{\lambda'} \Phi_{\lambda''} \Phi_{\lambda'''} d\mathbf{x}$, $\bar{P} = (2\pi/\hbar\omega_0)^{1/2} |M|$, $|M|$ — усредненное по объему резонатора значение дипольного момента.

Используем систему уравнений (6)$\div$(9) для описания режима работы лазера, в котором возбуждены три пары мод, собственные функции которых имеют вид:

$$\Phi_{mlq} = 2^{3/2} \sin\frac{\pi m x_1}{L_1} \sin\frac{\pi l x_2}{L_2} \sin\frac{\pi q x_3}{L_3}, \tag{10}$$

где $q = q_1, q_2, q_3$ (аксиальные соседние индексы), $l = l_1, l_2$. Введем обозначения: $\omega_{m l_i q_k} \equiv \omega_{ik}$, $i = 1, 2$, $k = 1, 2, 3$. Собственные частоты ω_{ik} каждой пары мод, имеющих одинаковые аксиальные индексы, будем считать «близкими», т. е. будем предполагать, что их резонансные кривые перекрываются.

Для упрощения выкладок будем предполагать также, что интенсивности всех мод одинаковы, аксиальные моды эквидистанты и частотные интервалы между модами в каждой паре близких мод равны $\omega_{1k} - \omega_{2k} \equiv \delta$.

Решения для A_λ будем искать в виде

$$A_\lambda = a_\lambda \exp[-i(\Omega_\lambda t - \varphi_\lambda)] \quad (\lambda = 1, 2, \ldots, 6).$$

При этом $\Omega_1 = \Omega_2 = \frac{1}{2}(\omega_{11} + \omega_{21})$, $\Omega_3 = \Omega_4 = \frac{1}{2}(\omega_{12} + \omega_{22})$, $\Omega_5 = \Omega_6 = \frac{1}{2}(\omega_{13} + \omega_{23})$.

В режиме самосинхронизации на фазы мод накладываются следующие условия:

$$\varphi_1 + \varphi_6 - \varphi_3 - \varphi_4 = k\pi, \quad \varphi_2 + \varphi_5 - \varphi_3 - \varphi_4 = n\pi,$$

и система уравнений (6)$\div$(9) переходит в следующую:

$$\dot{a} = -\frac{\gamma_1}{2} a + \frac{\beta}{2} a (1 - \nu\vartheta_1 - \mu\vartheta_{12} \cos\varphi_{12}), \tag{12}$$

$$\dot{\vartheta}_1 = -\gamma_+ \vartheta_1 + 2\beta I (1 - \nu\vartheta_1 - \mu\vartheta_{12} \cos\varphi_{12}), \tag{13}$$

$$\dot{\vartheta}_{12} = -\gamma_+ \vartheta_{12} - 4\beta - I [\mu\vartheta_{12} - (1 - \nu\vartheta_1) \cos\varphi_{12}], \tag{14}$$

$$\dot{\varphi}_{12} = -\delta + \beta\mu\vartheta_{12} \sin\varphi_{12}, \tag{15}$$

где $\bar{\beta} = \alpha N_0$, $\alpha = 4\bar{P}^2/\gamma_2$, $\vartheta_1 = N_1/N_0$, $\vartheta_{12} = N_{12}/N_0$, $\delta = \omega_{1k} - \omega_{2k}$, $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, $I = a^2/N_0$.

Система уравнений (12) $\div$ (15) аналогична системе уравнений для случая двух «близких» мод, рассмотренной в [6]. Соответственно и исследование стационарных состояний системы (12) $\div$ (15) на устойчивость выявляет существование растущих (или практически незатухающих) решений при тех же условиях, которые получены для случая двух близких мод. Соответствующий корень характеристического уравнения равен

$$\lambda = \frac{1}{2}\left[-\Gamma_\mu + \left(\frac{\bar{\gamma}}{4\mu I_0}\,\Gamma_\mu + \frac{\bar{\gamma}\gamma_+}{2I_0(\nu - 2\mu)}\right)\left(\frac{\delta}{\gamma_1}\right)^2\right] \pm i\left(\frac{2\mu}{\nu}\right)^{1/2}\omega_k, \tag{16}$$

где $\Gamma_\mu = (\gamma_+ + 4\bar{\beta}\mu I_0)$, $\bar{\gamma} = \frac{\gamma_1}{\bar{\beta}}$, $\nu = (\mu_{1111} + 3\mu_{1122} + 2\mu_{1234})$, $\mu = (\mu_{1122} + 2\mu_{1234})$, I_0 — стационарное значение интенсивности индуцированного излучения.

При выполнении условия

$$\left(\frac{\delta}{\gamma_1}\right)^2\left(\frac{\bar{\gamma}}{4\mu I_0}\,\Gamma_\mu + \frac{\bar{\gamma}\gamma_+}{2I_0(\nu - 2\mu)}\right) > \Gamma_\mu \tag{17}$$

для суммарной амплитуды поля $a(t)$ имеем

$$a(t) = a_0(t)\,\frac{2\sin\frac{3\Delta t}{2}\cos\frac{\Delta t}{2}}{\sin \Delta t}\exp\left[i\left(\omega_0 t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)\right], \tag{18}$$

где $a_0(t) \simeq \sqrt{2}\,a_0\left(1 + \frac{J_1}{2J_0} - \frac{\varphi'}{2}\right)$, $a_0 = (J_0)^{1/2}$, $J_1 \sim \exp(i\omega)$, $\varphi' \sim \exp(i\omega)$, $\omega = (2\mu/\nu)^{1/2}\omega_k$, $J_1 \ll J_0$, $\varphi' \ll \varphi_{12}^0$, a_0, φ_{12}^0 — стационарные значения величин системы уравнений (12) $\div$ (15).

Таким образом, индуцированное излучение света с частотой ω_0 в рассмотренном случае оказывается промодулированным по амплитуде с частотой Δ (что связано с синхронизацией аксиальных мод, раздвинутых на частотный интервал Δ), а также с частотой, близкой к кинетической и равной $(2\mu/\nu)^{1/2}\omega_k$ (что объясняется взаимодействием между модами, имеющими одинаковые аксиальные и разные поперечные индексы, и раздвинутыми на частотный интервал $\delta \ll \Delta$).

В предельном случае трех аксиальных мод, различающихся только продольными индексами ($\delta \to 0$, $\varphi_{12} \to 0$), вместо (18) получаем

$$a(t) = a_0\,\frac{2\sin\frac{3\Delta t}{2}\cos\frac{\Delta t}{2}}{\sin \Delta t}\exp\left[i(\omega_0 t + \varphi_0)\right], \tag{19}$$

где φ_0 — фаза центральной моды.

Формула (19) совпадает с соответствующим результатом [1] для случая трех аксиальных мод.

Литература

[1] J. Growell. IEEE J., Quantum Electronics, *QE-1*, 12, 1965.
[2] Э. М. Беленов, В. Н. Морозов, А. Н. Ораевский. Тр. ФИАН, *52*, 235, 1970.
[3] A. J. De Maria, C. M. Ferrar, G. E. Dancelson. Appl. Phys. Lett., *8*, 22, 1965.
[4] И. И. Адрианова, Ю. В. Попов, В. Е. Терентьев. Опт. и спектр., *31*, 976, 1971.
[5] Н. Г. Басов, В. Н. Морозов, А. Н. Ораевский. ЖЭТФ, *49*, 895, 1965.
[6] Ю. А. Тарасов, Т. Н. Зубарев. ДАН СССР, *174*, 1060, 1967.

Поступило в Редакцию 12 июля 1972 г.