УДК 535.854

О РАСШИФРОВКЕ СПЕКТРОГРАММ СПЕКТРОМЕТРА ФАБРИ—ПЕРО

В. П. Кочанов и *Э. Г. Сапрыкин*

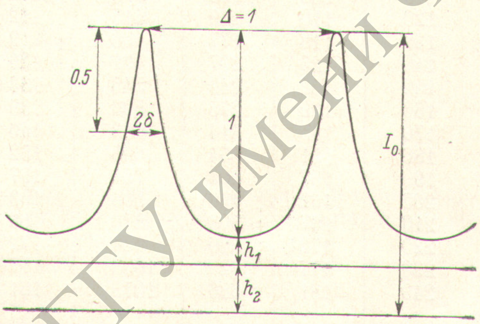
При использовании сканирующего интерферометра Фабри—Перо как фотоэлектрического спектрометра высокой разрешающей силы [1] возникает необходимость определить по контуру записанной кривой параметры исследуемого сигнала. Специфическая ситуация возникает при исследовании некоторых явлений нелинейной спектроскопии [2], когда входной сигнал может представлять собой суперпозицию двух компонент с сильно различающимися ширинами, причем спектральная плотность узкой компоненты описывается дисперсионной функцией

$$I(\Omega) = I_1 \frac{\gamma_c^2}{\gamma_c^2 + \Omega^2} + I_2 \Phi(\Delta\nu,\ \Omega). \tag{1}$$

Здесь γ_c, $\Delta\nu$ — полуширины узкой и широкой компонент соответственно, Ω — частотная расстройка относительно максимума интенсивности компонент, Φ — функция единичной амплитуды, дающая явный вид спектра широкой компоненты. Функция Φ, как правило, бывает известна, и необходимо определить только γ_c и I_1/I_2.

В настоящей работе дан способ расшифровки сигналов типа (1), записанных спектрометром Фабри—Перо с круглой диафрагмой. Если эта диафрагма бесконечно мала и ее вклад в ширину аппаратурной функции равен нулю, то последняя будет описываться функцией Эри

$$G(x) = \frac{1}{1 + F\sin^2 \pi x} = \frac{1}{1 + \dfrac{\sin^2 \pi x}{\operatorname{sh}^2 \pi\gamma_n}}. \tag{2}$$



Спектрограмма выходного сигнала.

Здесь γ_n — полуширина дисперсионных кривых, на которые можно разложить функцию Эри [3],[1] x — частота, измеренная, как и γ_n, в долях области дисперсии эталона Δ, принятой в дальнейшем за единицу. Если, как обычно, выбрать область дисперсии в несколько раз больше, чем γ_c, то оказывается, что $\Delta \leqslant \Delta\nu$ и второй член в (1) не дает резкой структуры на контуре выходного сигнала. Таким образом, резкая структура определяется только первым членом в (1), тогда как величина «подкладки» h зависит от обоих членов. В этих условиях наиболее целесообразно за единицу амплитуды принять размах кривой, а ширину 2δ измерять на половине размаха (см. рисунок). При такой нормировке свертка входного сигнала (1) с аппаратной функцией (2) дается выражением

$$I(x) = \frac{1 + h_1}{1 + \dfrac{\sin^2 \pi x}{\operatorname{sh}^2 \pi\gamma}} + h_2 = \frac{\cos^2 \pi x}{1 + \dfrac{\sin^2 \pi x}{\operatorname{sh}^2 \pi\gamma}} + h_1 + h_2,\quad \gamma = \gamma_n + \gamma_c. \tag{3}$$

Первый член в (3) описывает форму резкой структуры, h_1 и h_2 — «подкладку» h, обусловленную соответственно узким и широким членом в (1).

В случае конечной величины диафрагмы аппаратурная функция дается выражением [4]

$$G(x) = A\left\{\operatorname{arc\,tg}\left[\sqrt{F+1}\operatorname{tg}\pi(x + 2d)\right] - \operatorname{arc\,tg}\left[\sqrt{F+1}\operatorname{tg}\pi x\right]\right\},\quad d = \frac{\nu}{4}\,\frac{R^2}{f^2}\,\frac{2L}{c}, \tag{4}$$

где A — нормировочный коэффициент; d — полуширина аппаратурной функции диафрагмы, R — радиус диафрагмы, f — фокусное расстояние объектива, проецирующего систему колец на диафрагму, L — расстояние между зеркалами интерферометра, c, ν — скорость и частота света.

---

[1] На наш взгляд, именно через величину γ_n, а не через полуширину функции Эри, удобно оценивать разрешение интерферометра.

γ	d = 10			20			30		
	δ	h_1	S_1	δ	h_1	S_1	δ	h_1	S_1
5	11	0	28	21	1	47	30	1	67
10	14	1	40	22	2	47	32	2	76
15	18	3	54	25	3	68	34	4	85
20	22	4	68	28	5	80	36	6	96
25	27	7	83	32	7	94	39	9	108
30	31	9	98	36	10	108	42	11	121
35	36	13	114	40	13	122	46	15	134
40	41	16	130	44	17	137	50	19	148
45	46	21	146	48	21	152	53	23	163
50	50	25	162	53	26	168	57	28	178
55	55	31	178	57	32	184	61	33	193
60	59	36	195	62	37	200	66	39	209
65	64	43	212	66	44	217	70	45	225
70	69	50	229	71	51	233	74	52	241
75	73	57	246	75	58	250	78	60	258
80	77	65	264	79	66	268	82	68	275
85	82	73	281	83	75	285	86	76	292
90	86	83	299	88	84	303	90	86	310
95	90	92	318	92	93	321	94	95	328
100	95	102	336	96	104	340	98	106	346
110	103	125	375	104	126	378	106	128	384
120	110	149	415	112	151	418	113	153	423
130	118	177	456	119	178	459	121	180	465
140	125	207	499	126	208	503	128	210	508
150	132	240	545	133	241	548	134	243	553
160	139	275	593	139	277	596	141	279	600
170	145	314	643	146	316	645	147	318	650
180	151	354	695	152	358	698	153	360	702
190	157	401	750	157	403	753	158	406	758
200	162	450	808	163	452	811	164	455	816
210	167	503	870	168	505	872	169	508	877
220	172	560	934	172	562	937	173	565	942
230	177	620	1003	177	623	1006	178	626	1011
240	181	686	1075	181	689	1078	182	692	1083

γ	d = 40			50			60		
	δ	h_1	S_1	δ	h_1	S_1	δ	h_1	S_1
5	40	1	87	50	2	107	60	2	127
10	41	3	95	51	4	115	61	4	135
15	43	5	104	52	6	123	62	7	143
20	45	7	114	54	8	133	63	10	152
25	47	10	125	56	11	143	65	13	162
30	50	13	138	58	15	154	67	16	172
35	53	16	149	61	18	166	69	20	183
40	56	20	162	63	22	178	71	25	195
45	59	25	176	66	27	191	74	30	207
50	63	30	190	70	32	204	77	35	220
55	67	35	205	73	38	218	80	40	234
60	71	41	220	76	44	233	83	47	248
65	74	48	235	80	50	248	86	53	262
70	78	55	251	83	57	263	89	61	277
75	82	62	267	87	65	279	93	68	292
80	86	70	284	91	73	295	96	77	308
85	90	79	301	94	82	311	99	86	324
90	94	88	318	98	91	328	103	95	341
95	97	98	336	102	101	346	106	105	358
100	101	108	354	105	112	364	110	115	375
110	109	131	391	112	134	401	116	138	412
120	116	156	430	119	159	440	123	164	450
130	123	183	471	126	187	480	129	192	491
140	130	214	514	132	218	523	136	223	533
150	136	247	559	139	251	568	142	256	578
160	143	283	607	145	287	615	147	293	625
170	149	322	656	151	327	665	153	333	675

Продолжение

γ	d = 40			50			60		
	δ	h_1	S_1	δ_1	h_1	S_1	δ	h_1	S_1
180	154	364	709	157	369	717	159	376	727
190	160	410	764	162	416	772	164	422	782
200	165	460	822	167	465	831	169	472	841
210	170	513	884	171	519	892	173	526	903
220	174	570	949	176	576	957	178	584	986
230	179	631	1018	180	638	1026	182	646	1037
240	183	694	1090	184	704	1099	186	713	1111

Примечание. Все величины в таблице умножены на 10^3.

В нашей нормировке свертка (1) с (4) имеет вид

$$I(x) = \frac{1+h_1}{2\,\mathrm{arc\,tg}\,[\mathrm{tg}\,\pi d/\mathrm{th}\,\pi\gamma]}\{\mathrm{arc\,tg}\,[\mathrm{tg}\,\pi(x+2d)/\mathrm{th}\,\pi\gamma] - - \mathrm{arc\,tg}\,[\mathrm{tg}\,\pi x/\mathrm{th}\,\pi\gamma]\} + h_2. \qquad (5)$$

При этом параметры кривой определяются следующими формулами:

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{2\pi}\arccos\left(\frac{\cos 2\pi d}{\mathrm{ch}\,2\pi\gamma}\right), \\ h_1 &= \left[\frac{\mathrm{arc\,tg}\,(\mathrm{tg}\,\pi d/\mathrm{th}\,\pi\gamma)}{\mathrm{arc\,tg}\,(\mathrm{tg}\,\pi d\,\mathrm{th}\,\pi\gamma)} - 1\right]^{-1}, \\ S_1 &= \int_0^1 I(x)\,dx - h_2, \quad S_2 = h_2, \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

где S_1, S_2 — интегральные интенсивности узкой и широкой компонент (в нашей нормировке). Если известен вид и ширина функции Φ, то, зная S_1, S_2 и γ_c, можно определить соотношение амплитуд первого и второго членов в (1).
Например, для случая, когда Φ — гауссова функция

$$\frac{I_1}{I_2} = 2\sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}}\,\frac{S_1}{S_2}\,\frac{\Delta\nu}{\gamma_c}. \qquad (7)$$

Результаты численных расчетов δ, h_1 и S_1, выполненных на ЭВМ по формулам (6) при различных величинах γ и d, сведены в таблицу. [На практике оказывается более удобным построить по данным таблицы пересчетные кривые $\gamma\,(d,\,\delta)$, $h_1\,(d,\,\delta)$, $S_1\,(d,\,\delta)$].

Параметр d может быть определен экспериментально из опытов с монохроматическим светом. Для этого экстраполяцией в нулевые размеры диафрагмы измеряется полуширина аппаратной функции интерферометра γ_n. Затем при рабочей диафрагме измеряется δ_n — полуширина резкой структуры, даваемой монохроматическим источником. Соответствующее этим значениям γ_n и δ_n значение d может быть найдено из таблицы или пересчетных кривых.

Таким образом, измерив значение δ и зная d, γ_n, по таблице или пересчетным кривым можно определить γ, h_1, S_1 и $S_2 = I_0 - 1 - h_1$. Вычитая из γ значение γ_n, получим γ_c, затем по формуле (7) можно вычислить относительные амплитуды узкой и широкой компонент.

Методику и результаты данной работы можно использовать и в том случае, когда во входном сигнале отсутствует широкая компонента. В этом случае нужно использовать только зависимость $\gamma\,(\delta,\,d)$.

Авторы признательны С. Г. Раутиану за консультацию и обсуждение работы.

Литература

[1] Jacquinot, Ch. Dufour. J. rech. centre natl. rech. sci., Labs.-Bellevue (Paris), № 6, 91, 1948; R. Chabbal. J. rech. centre natl. rech. sci., Labs. Bellevue (Paris), № 24, 136, 1953; М. П. Чайка. Опт. и спектр., *3*, 372, 1957.
[2] И. М. Бетеров, Ю. А. Матюгин, С. Г. Раутиан, В. П. Чеботаев. ЖЭТФ, *58*, 1243, 1970.
[3] С. Г. Раутиан. Усп. физ. наук, *66*, 475, 1958.
[4] Р. И. Семенов, Э. Е. Фрадкин, М. П. Чайка. Опт. и спектр., *7*, 785, 1959.

Поступило в Редакцию 23 декабря 1971 г.