

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ СПЕКТРОВ
МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

Г. Л. Климчицкая и Л. Н. Лабзовский

Рассмотрена теория многозарядных ионов, в которой электроны описываются уравнением Дирака в поле ядра, а их взаимодействие учитывается по теории возмущений. Рассчитаны термы конфигурации $1s2s+1s2p$ двухэлектронных ионов при всех значениях заряда ядра от 1 до 100.

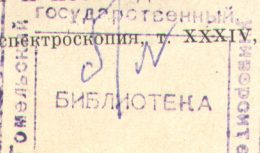
1. Многозарядными можно назвать такие ионы, для которых $Z - N \gg 1$, где Z — заряд ядра, N — число электронов. В таких ионах релятивистские эффекты сильны и не могут рассматриваться как поправки, а взаимодействие электронов, напротив, относительно мало и хорошо описывается по теории возмущений. Сдвиг энергии основного состояния одно- и двухэлектронных ионов с произвольным зарядом ядра $Z \leq 137$ рассматривался в работах [1-3]. Настоящая работа посвящена исследованию спектров многозарядных ионов с $N=1, 2$, точнее говоря, исследованию расположения уровней энергии. Расположение уровней существенно образом меняется с увеличением Z , что, впрочем, хорошо известно в теории спектров [4]. Новым в нашей работе является то, что используется полностью релятивистская теория, не производится разложения по параметру αZ , где α — постоянная тонкой структуры, и все формулы пригодны для произвольно высоких значений Z .

2. Спектр одноэлектронного иона с произвольным зарядом Z описывается формулой Зоммерфельда

$$E_{nk} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha Z}{n - k + \sqrt{k^2 - (\alpha Z)^2}} \right)^2}}, \quad (1)$$

где $n=1, 2, \dots$, $k=1, \dots, n$, если не учитывать радиационных поправок, влияние которых максимально при больших значениях Z (поправка порядка $1/Z$ при $Z \rightarrow 137$). Этот спектр обладает тонкой структурой, которая проявляется в зависимости энергии от числа $k=j+1/2$, где j — полный момент электрона. Однако с ростом Z тонкая структура утрачивается, т. е. уровни не группируются более по главному квантовому числу n . Это продемонстрировано на рис. 1 на примере уровней с $n=2, 3$. Вообще говоря, ход уровней энергии искажается вблизи $Z=137$ при учете конечных размеров ядра [5], но для уровней с $n=2, 3$ это искажение мало.

3. Переходим к описанию двухэлектронных конфигураций. Одноэлектронные состояния в релятивистской теории описываются четверкой квантовых чисел $njlm$, где j, m — полный момент электрона и его проекция, а $l=j \pm 1/2$ характеризует четность состояния. Поэтому в релятивистской теории естественным образом возникает схема связи jj . Двухэлектронные конфигурации, таким образом, задаются набором $(njl, n'j'l')$. Далее, для многозарядных ионов межэлектронное взаимодействие является малой поправкой и необходимо с самого начала учитывать кулоновское



вырождение по числу l , т. е. рассматривать смешанные конфигурации типа¹

$$(nj, n'j') = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l'=0}^{n'-1} (nl_j, n'l'_{j'}) \delta_{l, j \pm 1/2} \delta_{l', j' \pm 1/2} \quad (2)$$

Например, при $n, n' = 1, 2$ получаются следующие термы:

$$\begin{aligned} (1^1/2, 1^1/2) &= (1s_{1/2}, 1s_{1/2})_0, \\ (1^1/2, 2^1/2) &= (1s_{1/2}, 2s_{1/2})_{1,0} + (1s_{1/2}, 2p_{1/2})_{1,0}, \\ (1^1/2, 2^3/2) &= (1s_{1/2}, 2p_{3/2})_{2,1}, \\ (2^1/2, 2^1/2) &= (2s_{1/2}, 2s_{1/2})_0 + (2s_{1/2}, 2p_{1/2})_{1,0} + (2p_{1/2}, 2p_{1/2})_0, \\ (2^1/2, 2^3/2) &= (2s_{1/2}, 2p_{3/2})_{2,1} + (2p_{1/2}, 2p_{3/2})_{2,1}, \\ (2^3/2, 2^3/2) &= (2p_{3/2}, 2p_{3/2})_{2,0}. \end{aligned}$$

Справа внизу указаны возможные значения суммарного момента J . Термы конфигурации $n = 1, n' = 2$ изображены справа на рис. 2.

В нерелятивистском пределе при малых значениях Z с учетом кулоновского вырождения мы должны рассматривать конфигурации типа

$$(nn') = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l'=0}^{n'-1} (nl, n'l'), \quad (3)$$

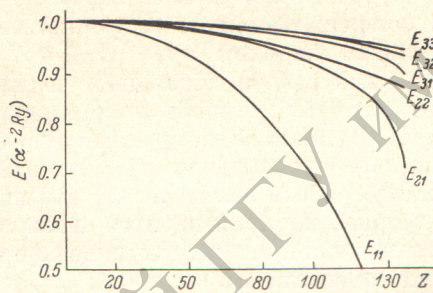


Рис. 1.

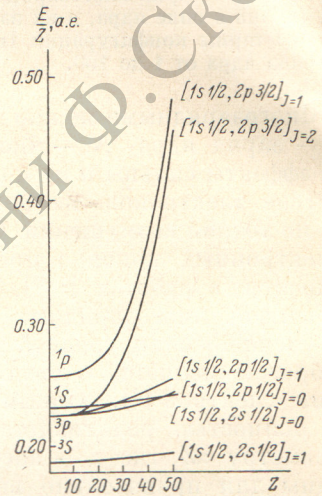


Рис. 2.

например, $(11) = (1s)^2$, $(12) = (1s2s) + (1s2p)$, $(22) = (2s)^2 + (2s2p) + (2p)^2$. Здесь осуществляется LS -связь, и конфигурациям соответствуют термы: $(11) \rightarrow {}^1S_0$; $(12) \rightarrow {}^1S_0, {}^3S_1, {}^1P_1, {}^3P_{2,1,0}$; $(22) \rightarrow {}^1S_0$ (повторяется дважды), ${}^1P_1, {}^3P_{2,1,0}$ (повторяется дважды), 1D_2 . Термы конфигурации (12) изображены слева на рис. 2.

Представляет интерес проследить, как постепенно меняется тип связи и расположение уровней при возрастании Z . Для этого необходимо считать уровни по промежуточной схеме связи, в которой квантовыми числами являются лишь суммарный момент J , его проекция M и четность. Схема такого расчета излагается в следующих разделах.

4. Начнем с построения собственных функций полного момента J . Обозначая волновые функции электронов ψ_{njlm} , для каждого jj терма строим собственные функции JM по формуле

$$\psi_{JM}^{nn'}(12) = N \sum_{mm'} C_{JM}^{jj'}(mm') A \psi_{njlm}(1) \psi_{n'j'l'm'}(2). \quad (4)$$

¹ Мы используем следующую терминологию: каждой конфигурации в схеме связи jj соответствует один терм, который при учете электростатического взаимодействия расщепляется на уровни, соответствующие различным значениям суммарного момента J .

где $C_{JM}^{jj'}(mm')$ — коэффициент Клебша—Гордана, A — антисимметризатор, N — нормировочный множитель. Для эквивалентных электронов ($njl = n'j'l'$) $N = 1/2$, для неэквивалентных $N = 1/\sqrt{2}$. Однако в LS -пределе волновые функции различных jj -термов перемешиваются, поэтому в промежуточной схеме связи мы должны строить собственные функции JM в виде

$$\psi_{JM}^{nn'} = \sum_{jj'} \sum_{l'l'} a(jj'l'l') \psi_{JMjj'l'l'}^{nn'} \quad (5)$$

где смешиваются лишь функции одной и той же четности, а коэффициенты $a(jj'l'l')$ определяются в результате диагонализации гамильтониана H , включающего возмущение, на функциях $\psi_{JM}^{nn'}$. Мы будем считать возмущением кулоновское взаимодействие, т. е.

$$H(12) = h(1) + h(2) + \frac{\alpha}{r_{12}}, \quad (6)$$

где $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, α — постоянная тонкой структуры, а $h(i)$ — дираковские гамильтонианы отдельных электронов

$$h(i) \psi_{njlm}(i) = \varepsilon_{nj} \psi_{njlm}(i). \quad (7)$$

Мы используем единицы $\hbar = c = 1$.

Обозначим набор, диагонализующий H , через $\psi_{JM\beta\pm}^{nn'}$, где β — номер уровня с данным значением J (таких уровней может быть несколько), а значки \pm характеризуют четность состояния. Тогда уровни энергии в промежуточной схеме связи вычисляются по формуле

$$E_{J\beta\pm}^{nn'} = \langle \psi_{JM\beta\pm}^{nn'} | H | \psi_{JM\beta\pm}^{nn'} \rangle. \quad (8)$$

5. Приступим к вычислению матричных элементов H . Из (4), (6), (7) следует

$$\begin{aligned} & \langle \psi_{JMj_1j_1'l_1l_1'}^{nn'} | H | \psi_{JMj_2j_2'l_2l_2'}^{nn'} \rangle = (\varepsilon_{nj_1} + \varepsilon_{n'j_1'}) \delta_{j_1j_2} \delta_{l_1l_2} \delta_{j_1j_2} \delta_{l_1'l_2'} + \\ & + \sum_{m_1m_1'} \sum_{m_2m_2'} C_{JM}^{j_1j_1'}(m_1m_1') C_{JM}^{j_2j_2'}(m_2m_2') \left\{ V_{nj_2l_2m_2; n'j_2'l_2'm_2'}^{nj_1l_1m_1; n'j_1'l_1'm_1'} - V_{n'j_2'l_2'm_2'; nj_2l_2m_2}^{nj_1l_1m_1; n'j_1'l_1'm_1'} \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} & V_{nj_2l_2m_2; n'j_2'l_2'm_2'}^{nj_1l_1m_1; n'j_1'l_1'm_1'} = \\ & = \int \psi_{nj_1l_1m_1}^*(1) \psi_{n'j_1'l_1'm_1'}^*(2) \frac{\alpha}{r_{12}} \psi_{nj_2l_2m_2}(1) \psi_{n'j_2'l_2'm_2'}(2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (10) \end{aligned}$$

Записывая одноэлектронные функции ψ_{njlm} в виде (6)

$$\begin{aligned} \psi_{njlm}(\mathbf{r}) &= \begin{pmatrix} \varphi_{njlm} \\ \chi_{njlm} \end{pmatrix}, \\ \varphi_{njlm}(\mathbf{r}) &= g_{njl}(r) \Omega_{jlm}(\Omega, \sigma), \\ \chi_{njlm}(\mathbf{r}) &= if_{njl}(r) \Omega_{j\bar{l}m}(\Omega, \sigma), \quad (11) \end{aligned}$$

$$\Omega_{jlm}(\Omega, \sigma) = \sum_{q\mu} C_{jm}^{l'l_2}(q\mu) Y_{lq}(\Omega) v_{\mu}(\sigma),$$

где $\bar{l} = 2j - l$, $\Omega \equiv \vartheta, \varphi$, Y_{lq} — сферическая функция, $v_{\mu}(\sigma) = \delta_{\mu\sigma}$ и $\sigma = \pm 1$, и разлагая $1/r_{12}$ по сферическим функциям

$$\frac{1}{r_{12}} = \sum_{lm} \frac{4\pi}{2l+1} u_l(r_1r_2) Y_{lm}(\Omega_1) Y_{lm}^*(\Omega_2),$$

получаем

$$\begin{aligned}
 & V_{n j_2 l_2 m_2; n' j_2' l_2' m_2'}^{n j_1 l_1 m_1; n' j_1' l_1' m_1'} = \\
 & = \alpha \sum_{l_m} \{ R_l (n j_1 l_1; n' j_1' l_1'; n j_2 l_2; n' j_2' l_2') S_{l_m} (j_1 l_1 m_1; j_1' l_1' m_1'; j_2 l_2 m_2; j_2' l_2' m_2) + \\
 & + R_l (\overline{n j_1 l_1}; \overline{n' j_1' l_1'}; \overline{n j_2 l_2}; \overline{n' j_2' l_2'}) S_{l_m} (j_1 \bar{l}_1 m_1; j_1' \bar{l}_1' m_1'; j_2 \bar{l}_2 m_2; j_2' \bar{l}_2' m_2) + \\
 & + R_l (n j_1 l_1; \overline{n' j_1' l_1'}; n j_2 l_2; \overline{n' j_2' l_2'}) S_{l_m} (j_1 l_1 m_1; j_1' \bar{l}_1' m_1'; j_2 l_2 m_2; j_2' \bar{l}_2' m_2) + \\
 & + R_l (\overline{n j_1 l_1}; n' j_1' l_1'; \overline{n j_2 l_2}; n' j_2' l_2') S_{l_m} (j_1 \bar{l}_1 m_1; j_1' l_1' m_1'; j_2 \bar{l}_2 m_2; j_2' l_2' m_2) \}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 & R_l (n j_1 l_1; n' j_1' l_1'; n j_2 l_2; n' j_2' l_2') = \\
 & = \int_0^\infty r_1^2 dr_1 \int_0^\infty r_2^2 dr_2 u_l(r_1, r_2) g_{n j_1 l_1}(r_1) g_{n' j_1' l_1'}(r_2) g_{n j_2 l_2}(r_1) g_{n' j_2' l_2'}(r_2), \quad (13)
 \end{aligned}$$

$\overline{n j l}$ означает замену функции $g_{n j l}$ на $f_{n j l}$, а

$$\begin{aligned}
 & S_{l_m} (j_1 l_1 m_1; j_1' l_1' m_1'; j_2 l_2 m_2; j_2' l_2' m_2') = \\
 & = \frac{4\pi}{2l+1} \int d\Omega_1 d\sigma_1 \Omega_{j_1 l_1 m_1}^* (\Omega_1 \sigma_1) Y_{l_m} (\Omega_1) \Omega_{j_2 l_2 m_2} (\Omega_1 \sigma_1) \times \\
 & \times \int d\Omega_2 d\sigma_2 \Omega_{j_1' l_1' m_1'}^* (\Omega_2 \sigma_2) Y_{l_m}^* (\Omega_2) \Omega_{j_2' l_2' m_2'} (\Omega_2 \sigma_2). \quad (14)
 \end{aligned}$$

Используя формулы [4]

$$\begin{aligned}
 & \int d\Omega Y_{l_1 m_1} (\Omega) Y_{l_2 m_2} (\Omega) Y_{l_3 m_3} (\Omega) = \\
 & = \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)(2l_3+1)}{4\pi}} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (15) \\
 & \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} (-1)^{l_1+l_2+l_3+\mu_1+\mu_2+\mu_3} \begin{pmatrix} j_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & \mu_2 & \mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & j_2 & l_3 \\ \bar{\mu}_1 & m_2 & \mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & j_3 \\ \mu_1 & \bar{\mu}_2 & m_3 \end{pmatrix} = \\
 & = \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{pmatrix}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

где через (\dots) и $\{\dots\}$ обозначены соответственно $3j$ - и $6j$ -символы, а \bar{m} означает $-m$, для величины S_{l_m} получаем²

$$\begin{aligned}
 & S_{l_m} (j_1 l_1 m_1; j_1' l_1' m_1'; j_2 l_2 m_2; j_2' l_2' m_2') = (-1)^{m_1+m_1'+m+1} \times \\
 & \times [(2l_1+1)(2l_2+1)(2l_1'+1)(2l_2'+1)(2j_1+1)(2j_2+1)(2j_1'+1)(2j_2'+1)]^{1/2} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} l_1 & l_1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1' & l_1' & l_2' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & l \\ \bar{m}_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1' & j_2' & l \\ \bar{m}_1' & m_2' & \bar{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & l \\ l_2 & l_1 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1' & j_2' & l \\ l_2' & l_1' & 1/2 \end{pmatrix}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Подставляя теперь (17) в (12) и затем в (9) и еще раз используя формулу (16), получаем окончательно

$$\begin{aligned}
 & \langle \psi_{JM}^{n' j_1' l_1' m_1'} | H | \psi_{JM}^{n j_1 l_1 m_1} \rangle = (\varepsilon_{n j_1} + \varepsilon_{n' j_1'}) \delta_{j_1 j_2} \delta_{l_1 l_2} \delta_{j_1' j_2'} \delta_{l_1' l_2'} + \\
 & + [1 - P(n j_2 l_2 \rightleftharpoons n' j_2' l_2')] (-1)^{1+j_2-j_2'} \times \\
 & \times \alpha \sum_l \{ R_l (n j_1 l_1; n' j_1' l_1'; n j_2 l_2; n' j_2' l_2') W_{lJ} (j_1 l_1; j_1' l_1'; j_2 l_2; j_2' l_2') + \\
 & + R_l (\overline{n j_1 l_1}; \overline{n' j_1' l_1'}; \overline{n j_2 l_2}; \overline{n' j_2' l_2'}) W_{lJ} (j_1 \bar{l}_1; j_1' \bar{l}_1'; j_2 \bar{l}_2; j_2' \bar{l}_2') + \\
 & + R_l (n j_1 l_1; \overline{n' j_1' l_1'}; n j_2 l_2; \overline{n' j_2' l_2'}) W_{lJ} (j_1 l_1; j_1' \bar{l}_1'; j_2 l_2; j_2' \bar{l}_2') + \\
 & + R_l (\overline{n j_1 l_1}; n' j_1' l_1'; \overline{n j_2 l_2}; n' j_2' l_2') W_{lJ} (j_1 \bar{l}_1; j_1' l_1'; j_2 \bar{l}_2; j_2' l_2') \}, \quad (18)
 \end{aligned}$$

² Авторы благодарны У. И. Сафроновой, ознакомившей их со своими расчетами аналогичных матричных элементов, что помогло произвести проверку формул.

где

$$W_{IJ}(j_1 l_1; j_1' l_1'; j_2 l_2; j_2' l_2') = (-1)^{j_1' + j_2' + J} \times \\ \times [(2l_1 + 1)(2l_2 + 1)(2l_1' + 1)(2l_2' + 1)(2j_1 + 1)(2j_2 + 1)(2j_1' + 1)(2j_2' + 1)]^{1/2} \times \\ \times \begin{pmatrix} l_1 & l & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1' & l & l_2' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & l \\ l_2 & l_1 & 1/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1' & j_2' & l \\ l_2' & l_1' & 1/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1 & j_1' & J \\ j_2 & j_2' & l \end{Bmatrix}, \quad (19)$$

а $P(nj_2 l_2 \rightleftharpoons n' j_2' l_2')$ — оператор перестановки значков $n j_2 l_2 \rightleftharpoons n' j_2' l_2'$ в R_i и значков $j_2 l_2 \rightleftharpoons j_2' l_2'$ в W_{IJ} .

Радиальные интегралы R_i после подстановки в них функций $g_{n j l}$ и $f_{n j l}$ [6] выражаются через гипергеометрические функции, однако общего выражения, ввиду его громоздкости, мы здесь не приводим.

6. По формулам, полученным в разделах 4, 5, были рассчитаны уровни конфигурации с $n = 1$, $n' = 2$ при всех значениях Z . Всего для этой конфигурации имеется 6 уровней: E_{0+}^{12} , E_{0-}^{12} , E_{1+}^{12} , $E_{1\beta-}^{12}$ ($\beta = 1, 2$), E_{2-}^{12} . Для наших целей удобнее номер уровня β заменить его генеалогической характеристикой в LS -пределе; для удобства мы будем также указывать терм, которому принадлежит уровень в jj -пределе. Таким образом, вместо $E_{J\beta\pm}^{nn'}$ мы будем писать $E_{J\pm}^{nn'} [{}^{2S+1}L, (jj')]$. Отметим, что в некоторых случаях (например, уже при $n = n' = 2$) такая характеристика оказывается неполной из-за повторения термов и нужно указывать еще и конфигурацию в LS -пределе: ${}^3 E_{J\pm}^{nn'} [nl n' l' {}^{2S+1}L, (jj')]$.

Таким образом, по формуле (8)

$$E_{2-}^{12} [{}^3P, (1/2 \ 3/2)] = \langle \psi_{2M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} | H | \psi_{2M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} \rangle, \quad (20)$$

$$E_{0+}^{12} [{}^1S, (1/2 \ 1/2)] = \langle \psi_{0M^{1/2} \ 1/2 \ 00}^{12} | H | \psi_{0M^{1/2} \ 1/2 \ 00}^{12} \rangle, \quad (21)$$

$$E_{0-}^{12} [{}^3P, (1/2 \ 1/2)] = \langle \psi_{0M^{1/2} \ 1/2 \ 01}^{12} | H | \psi_{0M^{1/2} \ 1/2 \ 01}^{12} \rangle, \quad (22)$$

$$E_{1+}^{12} [{}^3S, (1/2 \ 1/2)] = \langle \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 00}^{12} | H | \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 00}^{12} \rangle. \quad (23)$$

Для определения остальных двух уровней получаем секулярное уравнение

$$\begin{vmatrix} \langle \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} | H | \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} \rangle - \varepsilon & \langle \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} | H | \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} \rangle \\ \langle \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} | H | \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} \rangle & \langle \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} | H | \psi_{1M^{1/2} \ 3/2 \ 01}^{12} \rangle - \varepsilon \end{vmatrix} = 0, \quad (24)$$

корни которого дают $E_{1-}^{12} [{}^1P, (1/2 \ 3/2)]$ и $E_{1-}^{12} [{}^3P, (1/2 \ 1/2)]$.

7. Мы произвели численный расчет положения уровней $E_{J\beta\pm}^{12}$ при всех значениях Z от 1 до 100.⁴ Результаты расчета приведены на рис. 2. Расстояние по вертикали между различными кривыми на этом рисунке соответствует величине расщепления уровней, поделенной на Z , в атомных единицах.

Точность нашего расчета при малых значениях Z невелика, в частности, в нерелятивистском пределе относительное расположение термов 1S и 3P оказывается обратным истинному. Причина этого в пренебрежении поправками высших порядков по кулоновскому взаимодействию. С увеличением Z высшие порядки играют все меньшую роль, однако при очень больших значениях Z необходимо, вообще говоря, учитывать также брейтовское взаимодействие и радиационные поправки. Кроме того, как следует из раздела 2, при больших Z следует учитывать смешивание конфигураций (12) + (13). Однако, за исключением областей с очень малыми и очень большими значениями Z , сделанные нами пренебрежения оправ-

³ Для сложных конфигураций понадобится также число старшинства.

⁴ После $Z=100$ становятся заметными искажения за счет сингулярности кулоновских дираковских функций и интегрирование в формулах (20) ÷ (24) следует производить с учетом конечных размеров ядра.

даны, и рис. 2 дает нам представление о характере связи и расположении уровней в зависимости от Z . В частности, видно, что схема связи LS нарушается уже при $Z=30$, а при $Z=50$ полностью устанавливается связь типа jj .

Литература

- [1] Л. Н. Лабзовский. ЖЭТФ, 59, 168, 1970.
- [2] Л. Н. Лабзовский. ЖЭТФ, 59, 2165, 1970.
- [3] Г. Л. Климчицкая, Л. Н. Лабзовский. ЖЭТФ, 60, 2019, 1971.
- [4] И. И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров. Физматгиз, М., 1963.
- [5] В. С. Попов. ЖЭТФ, 60, 1228, 1971.
- [6] А. Н. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика. Изд. «Наука», М., 1969.

Поступило в Редакцию 16 июня 1971 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины