

## ДИСТОРСИЯ И ФАЗОВО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕКТИВОВ

К. Г. Предко и А. И. Гродников

Проведено сравнение величины дисторсии и пространственного фазового смещения широкоугольных аэросъемочных объективов трех типов. Показано, что для анализа ортоскопических свойств необходимо учитывать оба фактора. Даны рекомендации по определению фактического сдвига оптического изображения и величина сдвига в различных точках кадра для крупных и мелких деталей.

Для анализа качества изображения у оптических систем наряду с традиционными величинами различных типов аберраций все шире применяются пространственные частотные характеристики: частотно-контрастная и фазово-частотная характеристики [1]. Одна из причин этого заключается в учете с их помощью суммарного влияния дифракции на зрачке системы, аберраций, погрешностей в изготовлении и юстировке оптических элементов на основные практически важные величины — коэффициент передачи контраста  $T$  и фазовый сдвиг  $\varphi$  изображения [1]. Значения  $T$  и  $\varphi$  связаны со всей совокупностью вышеперечисленных факторов в опосредованном виде. В то же время интересно и важно знать соответствие между  $T$  или  $\varphi$  оптической системы и конкретным, отдельным видом аберрации или технологического дефекта изготовления.

В данной работе совместно рассмотрены и сопоставлены фазово-частотная характеристика (ФЧХ) и дисторсия. Они особенно близки между собой по своему физическому смыслу. Действительно, дисторсия, являясь чисто масштабным искажением, характеризует только геометрическое смещение точки пересечения главного луча с картинной плоскостью в данной зоне поля зрения относительно положения этой точки в идеальном ортоскопическом изображении. В свою очередь фазово-частотная характеристика (ФЧХ) дает значение фазового сдвига изображения штриховой синусоидальной миры с пространственной частотой  $\nu$  по отношению к ее идеальному изображению. Сдвигу на  $360^\circ$  при этом соответствует перемещение на полный период  $1/\nu$ . Фазовый сдвиг изображения обусловлен асимметричными аберрациями, которые приводят к тому, что энергетический центр тяжести фигуры рассеяния не совпадает с точкой пересечения главного луча с плоскостью установки. Физически более наглядно дисторсию и ФЧХ можно представить с помощью следующего рассуждения. Пусть мы наблюдаем исследуемой оптической системой светящуюся точку. Смещение центра реального изображения точки относительно идеального определит величину дисторсии, а за счет асимметрии размытого изображения, описываемого функцией рассеяния точки  $A(x, y)$ , появляется фазовый сдвиг

$$\varphi(\nu, \psi) = \arctg \frac{T_s(\nu)}{T_c(\nu)}, \quad (1)$$

где

$$T_s(\nu) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sin(2\pi\nu x) dx \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) dx dy},$$

$$T_c(\nu) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi\nu x) dx \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) dx dy},$$

$\phi$  — угол между штрихами синусоидальной решетки и меридиональной плоскостью оптической системы.

Рассмотрим связь между дисторсией и ФЧХ на примере широкоугольных объективов трех типов: I — Орион-20 с фокусным расстоянием 200 мм,

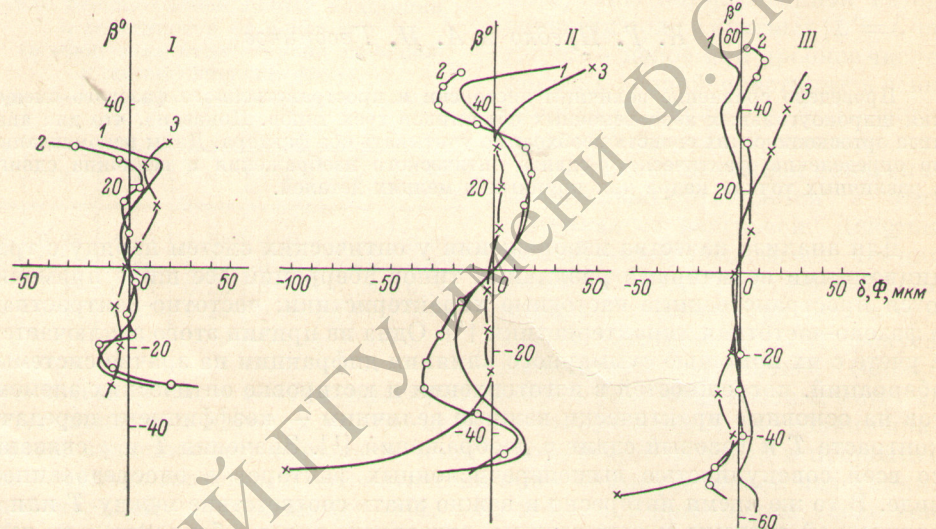


Рис. 1. Расчетные (1) и экспериментальные (2) кривые фотограмметрической дисторсии и зависимость (3) пространственного фазового сдвига изображения при нулевой пространственной частоте от угла поля зрения объективов I, II, III.

относительным отверстием 1 : 6,3, полным углом поля зрения 64°; II — МРО-2, 98 мм, 1 : 8, 104°; III — Ортогон-4, 77 мм, 1 : 6,8, 117°. Заметим, что для этих аэросъемочных объективов оценка ортоскопических свойств особенно важна. Измерения дисторсии были проведены на гониометрической установке по общепринятому методу [2]. При этом получались значения так называемой фотограмметрической дисторсии, которая определяется выбором фотограмметрического фокусного расстояния из условия, чтобы сумма квадратов значений дисторсии по всей картинной плоскости была минимальной. Для определения ФЧХ находилась пограничная кривая объективов, которая представляет собой распределение освещенности в изображении прямолинейной границы тень—свет. Методика получения ФЧХ и специальная фотоэлектрическая оптическая скамья, с помощью которой производились измерения, описаны в работе [3]. Ошибка измерения дисторсии составляет 5 мкм, ФЧХ — 1 мкм. Приведенные ниже результаты относятся к тому случаю, когда предметная плоскость находится в бесконечности, изображение формируется белым светом и анализируется в меридиональном сечении объективов.

Сравним с помощью рис. 1 величину фотограмметрической дисторсии  $\delta$  и пространственного фазового сдвига исследованных объективов при  $\nu=0$ . Знак  $\delta$  и  $\Phi$ , как это принято в фотограмметрии, положителен при

смещении изображения по кадру вправо, а положительным значениям угла поля зрения  $\beta$  соответствует правая полудиагональ кадра. Для удобства сравнения на рисунке отложены не значения  $\varphi$ , которые, согласно (1), выражаются в угловой мере, а значения  $\Phi$  в линейной мере. Переход от  $\varphi$  к  $\Phi$  легко осуществить с помощью очевидного соотношения

$$\Phi(\nu, \psi) = \frac{\varphi(\nu, \psi)}{2\pi\nu}. \quad (2)$$

Как следует из формулы (1), при  $\nu=0$  фазовый сдвиг  $\varphi$  равен нулю; величина  $\Phi$  в этом случае может быть отлична от нуля. Действительно, раскрыв с помощью правила Лопиталья получающуюся в формуле (2) неопределенность, получим, что

$$\Phi(\nu=0, \psi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial\varphi(\nu=0, \psi)}{\partial\nu}. \quad (3)$$

Таким образом, пространственный фазовый сдвиг изображения при нулевой пространственной частоте, соответствующей крупным деталям кар-

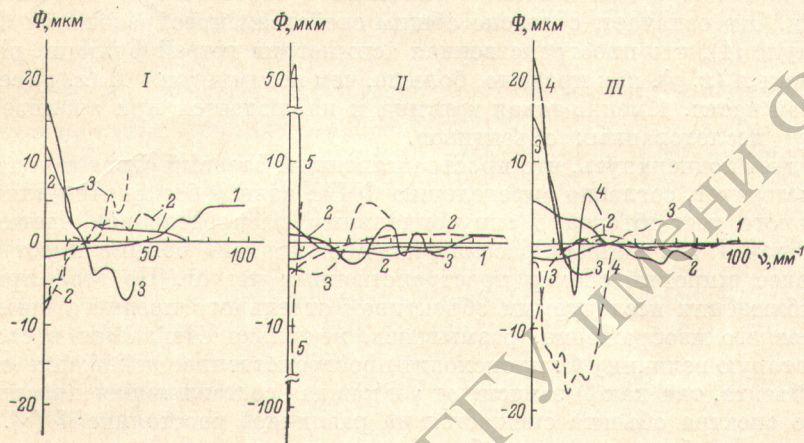


Рис. 2. Пространственный фазовый сдвиг различных пространственных частот изображения для объективов I, II и III на различных углах поля зрения.

1 — 0, 2 —  $\pm 10^\circ$ , 3 —  $\pm 30^\circ$ , 4 —  $\pm 40^\circ$ , 5 —  $\pm 50^\circ$ . Штриховые кривые соответствуют отрицательным углам.

тины, пропорционален тангенсу угла наклона касательной к ФЧХ на ее начальном участке.

Как показывают изображенные на рис. 1 кривые, значения расчетной  $\delta_0$  и экспериментально найденной  $\delta_1$  фотограмметрической дисторсии согласуются между собой по своему общему ходу. В то же время видно, что если  $\delta_0$  распределена по полю зрения симметрично, то зависимость  $\delta_1(\beta)$  указывает на заметную асимметрию дисторсионного сдвига изображения на кадре. Пространственное фазовое смещение также несимметрично по полю зрения. Кроме того, оно изменяется в зависимости от угла поля зрения не так, как  $\delta_0$  и  $\delta_1$ . Интересно, что знак  $\Phi$  совпадает со знаком  $\beta$ . Это говорит о том, что фазовое смещение направлено от оси объектива к краю кадра. Напротив, дисторсионные искажения могут смещать изображение как от центра к краю поля зрения, так и в обратном направлении.

Для нас наиболее существенно то обстоятельство, что величина  $\Phi$  сравнима со значениями  $\delta_0$  и  $\delta_1$ , а при некоторых углах  $\beta$  даже превосходит  $\delta_0$  и  $\delta_1$ . Следовательно, при ответственных фотограмметрических операциях, связанных с точным определением истинных координат предмета в поле зрения объектива, необходимо знать и учитывать не только величину дисторсии, но и пространственный фазовый сдвиг изображения. Заметим, что до настоящего времени этот учет не производился. Основной причиной

такого положения было отсутствие в литературе данных о ФЧХ объектов.

Изложенный выше материал может создать впечатление о большой ответственности понятий дисторсии и фазового сдвига изображения. Но уже различие хода кривых  $\delta(\beta)$  и  $\Phi(\beta)$  на рис. 1 подтверждает ранее высказанное отличие физической природы обеих величин. Это отличие ведет к ряду несоответствий между  $\delta$  и  $\Phi$ . Наиболее значительное несоответствие заключается в том, что дисторсия никак не связана с размерами деталей наблюдаемого предмета, а пространственный фазовый сдвиг по своему определению зависит от частоты  $\nu$  пространственного спектра изображения. Рассмотрим более подробно ход этой зависимости с помощью ФЧХ, представленных на рис. 2. Заметим, что ФЧХ определялись до тех значений  $\nu$ , при которых коэффициент передачи контраста  $T$  близок к нулю. Поэтому на краю поля зрения объективов, где  $T$  быстро достигает минимальных величин, ФЧХ оканчиваются при малых  $\nu$ .

Как следует из рис. 2, пространственный фазовый сдвиг чаще всего уменьшается с увеличением пространственной частоты. Только в отдельных точках кадра максимальное значение  $\Phi$  соответствует  $\nu$ , отличному от нуля. Это означает, согласно общим свойствам преобразования Фурье и формуле (1), что пространственная асимметрия ветвей функции рассеяния точки  $A(x, y)$ , как правило, больше, чем несимметрия  $A(x, y)$  ее центральной части. Именно такая картина и наблюдается при анализе вида  $A(x, y)$  исследованных объективов.

Следует подчеркнуть, что пространственный фазовый сдвиг при данном  $\nu$  соответствует, согласно определению ФЧХ, сдвигу бесконечно длинного штрихового тест-объекта с синусоидальным распределением светимости с периодом  $1/\nu$ . Реальная рассматриваемая картина обычно имеет более или менее широкий спектр пространственных частот. По этой причине при наблюдении исследуемым объективом отдельного предмета конечных размеров его изображение, размываясь, не только сдвигается в сторону на некоторую величину  $\Phi$ : происходит пространственное искажение структуры объекта, так как  $\Phi$  зависит от  $\nu$  и каждая составляющая пространственного спектра объекта смещается на различное расстояние  $\Phi(\nu)$ . Следовательно, в общем случае необходимо знать и учитывать сдвиг всех пространственных частот изображаемого предмета. Однако, как видно из рис. 2, в большинстве случаев оказывается возможным с небольшой погрешностью пренебречь фазовым смещением больших пространственных частот. Добавим, что этому способствует и присутствие в спектре реальных сюжетов преимущественно нулевой и низкочастотных составляющих [4]. Вследствие всех указанных причин приближенный учет пространственного фазового искажения в изображении можно практически производить по известной зависимости  $\Phi(\beta)$  при  $\nu=0$  (кривые 3 на рис. 1).

Укажем теперь на другие различия понятий дисторсии и пространственного фазового смещения. По своему определению дисторсия в центре поля зрения всегда равна нулю, а величина  $\Phi$  может быть, в принципе, отлична от нуля на оптической оси объектива. Действительно, данные рис. 1 и 2 указывают на наличие небольших (в несколько микрометров), но заметных пространственных фазовых смещений. Это обусловлено асимметрией изображения точки при угле  $\beta=0$ .

Большие различия между дисторсией и пространственным фазовым смещением проявляются при дефокусировке объектива. Как известно [2], значение фотограмметрической дисторсии заметно меняется даже при перемещении картинной плоскости за счет изменения выбранного значения фокусного расстояния на 1—2 мкм. Проведенные экспериментальные измерения фазового сдвига показали, что при расфокусировке  $\pm 200$  мкм асимметрия функции рассеяния точки  $A(x, y)$  менялась слабо. Даже на краю поля зрения величина  $\Phi$  за счет дефокусировки менялась не более чем на 5 мкм.

Интересно сравнить ФЧХ объективов различных типов. Общим их свойством является увеличение пространственных фазовых искажений по мере

удаления от центра поля зрения и, о чем было сказано выше, совпадение знаков  $\Phi$  и  $\beta$ . В центральной части поля зрения значения  $\Phi$  мало изменяются. Лишь на краю кадра  $\Phi$  резко увеличивается. Из рис. 1 и 2 видно, что Орион-20 имеет ФЧХ хуже, чем у двух других объективов. Наилучшие ФЧХ при углах  $\beta$  до  $40^\circ$  — у объектива МРО-2. Наименьшее пространственное фазовое смещение точек изображения, наблюдаемых под углами, большими  $40^\circ$ , дает Ортогон-4.

Приведенные выше данные относятся к радиальным дисторсионным и фазовым сдвигам изображения, которые расположены в меридиональном сечении оптической системы. В то же время ясно, что как дисторсия, так и фазовый сдвиг могут наблюдаться в любом другом сечении. Причиной различия величин  $\delta$  и  $\Phi$  по сечению объектива являются дефекты многолинзовой оптической системы, не обладающие круговой симметрией: недостаточная центрированность отдельных компонентов и поверхностей линз, отклонение их поверхностей от поверхностей вращения, неоднородность показателя преломления, другие дефекты изготовления и сборки. Очевидно, величину дисторсионного и фазового искажения и отклонение  $\alpha$  их направления от меридионального сечения можно легко найти, если знать значения составляющих дисторсии и фазового сдвига в меридиональном ( $\delta_m$  и  $\Phi_m$ ) и сагиттальном ( $\delta_s$  и  $\Phi_s$ ) сечениях;  $\delta = \sqrt{\delta_m^2 + \delta_s^2}$ ,  $\Phi = \sqrt{\Phi_m^2 + \Phi_s^2}$ ,  $\alpha_\delta = \arctg \frac{\delta_s}{\delta_m}$ ,  $\alpha_\Phi = \arctg \frac{\Phi_s}{\Phi_m}$ . Известно [5], что значения  $\delta_m$  и  $\delta_s$  сравнимы по своей величине. Измерения ФЧХ исследованных объективов в сагиттальной плоскости показали, что тангенциальная составляющая пространственного фазового сдвига обычно значительно меньше радиальной составляющей. Только вне центра поля зрения  $\Phi_s$  может достигать 5—10 мкм. Следовательно, фазовое смещение обычно наблюдается в меридиональном сечении или вблизи от него. Отметим, что при несовпадении направлений дисторсии и пространственного фазового смещения величины  $\delta$  и  $\Phi$  должны складываться как векторы, если необходимо определить общий пространственный сдвиг изображения.

Авторы благодарны А. П. Иванову за ценные указания, данные им при выполнении работы и прочтении рукописи статьи.

#### Литература

- [1] Г. Г. С л ю с а р е в. Методы расчета оптических систем. Изд. «Машиностроение», Л., 1969.
- [2] А. И. Ш е р ш е н ь. Аэрофотосъемка. Геодезиздат, М., 1958.
- [3] К. Г. П р е д к о, А. И. Г р о д н и к о в, А. П. И в а н о в. ДАН БССР, 16, 47, 1972.
- [4] М. Я. Ш у л ь м а н, И. М. Ч а й к и н а. Ж. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр., 16, 180, 1971.
- [5] В. Г. А ф р е м о в. Геодезия и картография, № 3, 46, 1968.

Поступило в Редакцию 23 декабря 1971 г.