И. А. Козак
(*УО «ГрГУ им. Я. Купалы», Гродно*)

О ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НУЛЕЙ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ЧЕБЫШЕВА-МАРКОВА

Многочлены Чебышева играют фундаментальную роль в теории и практике использования численных методов. Они являются одним из наиболее замечательных семейств многочленов.

Одним из замечательнейших свойств многочленов Чебышева является плотность распределения нулей, которая, как показывают многочисленные применения, является близкой к наилучшей.

Естественным обобщение многочленов Чебышева являются рациональные функции Чебышева-Маркова. Пусть $a_k, k = 1,2,...,n$ – действительные числа и тогда $\left|a_k < 1\right|$ или попарно комплексно-сопряженные числа. Тогда введем рациональную функцию Чебышева-Маркова

$$M_n(x) = \cos\sum_{k=1}^{n}\arccos\frac{x-a_k}{1-a_k x},\ x\in[-1,1].$$

Рациональная функция $M_n(x)$ имеет n простых нулей на интервале $(-1,1)$ [1]. Плотность их распределения изучим в соответствии с алгоритмом, предложенным в [2]. Результаты, полученные в ходе работы, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты работы

Функция $M_n(x)$	Плотность распределения
Случай одного действительного полюса, $a \in (-1,1)$	$p(x) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-ax}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Случай двух действительных симметричных полюсов, $a \in (-1,1)$	$p(x) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-a^2x^2}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Случай двух чисто мнимых полюсов, $a \in (-1,1)$	$p(x) = \frac{\sqrt{1+a^2}}{1+a^2x^2}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Литература

1 Турецкий, А. Х. Теория интерполирования в задачах: в 2 ч. Ч. 1. Теория интерполирования в задачах : учебное пособие для студентов механико-математических факультетов / А. Х. Турецкий. – Минск : Высшая школа, 1968. – 318 с.

2 Натансон, И. П. Конструктивная теория функций / И. П. Натансон. – М. : ГИТТЛ, 1949. – 688 с.