Т. А. Грицук
(*УО «БрГУ им. А. С. Пушкина», Брест*)

УСЛОВИЕ РЕГУЛЯРИЗУЕМОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РИМАНА-ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ОРТОГОНАЛЬНОГО ТИПА В $\mathbf{R}^3$

Пусть $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ – ограниченная односвязная область, границей которой является гладкая поверхность Ляпунова $\partial\Omega$. Задачу нахождения непрерывно-дифференцируемой вектор-функции $U:\Omega \to \mathbf{R}^4$, удовлетворяющей эллиптической системе

$$\sum_{j=1}^{3} A_j \frac{\partial U}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

и граничным условиям

$$B(y)U = f(y) \qquad (y \in \partial\Omega) \tag{2}$$

называют задачей Римана-Гильберта. Здесь B – заданная на $\partial\Omega$ непрерывная по Гельдеру матрица-функция размера 2×4, $f:\partial\Omega \to \mathbf{R}^2$ –

заданная непрерывная по Гельдеру двухкомпонентная вектор-функция, характеристическая матрица системы (1) имеет вид

$$\begin{bmatrix} \langle a;\xi\rangle & \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \\ -\xi_1 & \langle a;\xi\rangle & -\xi_3 & -\xi_2 \\ -\xi_2 & \xi_3 & \langle a;\xi\rangle & -\xi_1 \\ -\xi_3 & -\xi_2 & \xi_1 & \langle a;\xi\rangle \end{bmatrix},$$

где $a \in \mathbf{R}^3$ – фиксированный вектор, $\langle \cdot;\cdot \rangle$ – стандартное скалярное произведение в $\mathbf{R}^3$. Рассмотрим векторные поля

$$L(y) = \left(\Lambda_{12} - \Lambda_{34}, \Lambda_{13} - \Lambda_{24}, \Lambda_{14} - \Lambda_{23}\right),\ P(y) = L + [L;a] + a \cdot \langle L;a\rangle,$$

где Λ_{jk} – минор матрицы B образованный ее j-м и k-м столбцами, $[\cdot;\cdot]$ – векторное произведение в $\mathbf{R}^3$.

Теорема. *Задача* (1), (2) *регуляризуема* [1] *тогда и только тогда, когда в каждой точке* $y \in \partial\Omega$ *поле* $P(y)$ *не касается* $\partial\Omega$.

Литература

1 Агранович, М. С. Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы / М. С. Агранович // Успехи мат. наук. – 1965. – Т. 20, вып. 5. – С. 3-120.