У. Н. Денищик
(*УО «ГрГУ им. Я. Купалы», Гродно*)

ПРЯМОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА ОБОБЩЁННОЙ ФУНКЦИИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РОСТА

Обобщённой функцией на $\mathbb{R}^n$ экспоненциального роста степени с будем называть любой линейный непрерывный функционал х на пространстве $\varepsilon_c(\mathbb{R}^n)$, где $\varepsilon_c(\mathbb{R}^n)$ – пространство всех бесконечно дифференцируемых функций на пространстве $\mathbb{R}^n$, степень экпоненциального роста которых меньше с. Множество всех обобщенных функций экспоненциального роста степени c образует образуют сопряжённое пространство $\varepsilon'_c(\mathbb{R}^n)$ к пространству $\varepsilon_c(\mathbb{R}^n)$.

Введение нового пространства предназначено для определения прямого преобразования Лапласа обобщённой функции.

Для обобщенных функций экспоненциального роста и носителями на замкнутой положительной оси строится прямое преобразование Лапласа как применение обобщенной функции к основной функции $x(t) = e^{-\lambda \cdot t} \in \varepsilon_c(\mathbb{R}^n)$.

Преобразованием Лапласа обобщённой функции $f \in \varepsilon_c'(\mathbb{R}^n)$ называется функция $\tilde{f}$, определённая на множестве

$$\Pi_c^n = \{\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n) \,|\, \operatorname{Re}\lambda_1 > c, \operatorname{Re}\lambda_2 > c, ..., \operatorname{Re}\lambda_n > c\}$$

равенством $\tilde{f}(\lambda) = < f(t),\ e^{-\lambda \cdot t} >$, где $\lambda \cdot t = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j t_j$.

Свойства прямого преобразования Лапласа облегчают задачу нахождения изображений для большого числа функций, а также задачу отыскания оригиналов по их изображениям.

Одной из особенностей прямого преобразования Лапласа, которые предопределили его широкое применение, является то, что многим соотношениям и операциям над оригиналами соответствуют более простые соотношения над их изображениями. Так, свёртка двух обобщенных функций сводится к операции умножения преобразований Лапласа этих обобщенных функций. Введенное прямое преобразование Лапласа применяется для вычисления спектральных характеристик динамических систем, определяемых эволюционными операторами с обобщенными импульсными характеристиками.