В. А. Жагун
(*УО «ГрГУ им. Я. Купалы», Гродно*)

МУЛЬТИИНДЕКСНАЯ СВЕРТКА ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ С НОСИТЕЛЯМИ НА ЗАМКНУТЫХ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ И КВАДРАНТАХ

Общее определение свертки любых обобщенных функций f и g задается формулой

$$(f * g, \phi) = (f(t) \times g(s), \phi(t+s)),$$

где f и g локально интегрируемые функции в R^n [1].

Рассмотрим случай когда носители функций f и g содержатся в полуинтервале $[t_0, +\infty)$. Заметим, что функция $\varphi(t+s)$ не финитная в пространстве переменных t, s.

При $n=1$ и $\operatorname{supp}\varphi = [-a, a]$, носителем $\varphi(t+s)$ – будет полоса, заключенная между прямыми $t+s=-a$ и $t+s=a$. Таким образом носитель $\operatorname{supp}\varphi(t+s)$ будет пересекаться с носителем $\operatorname{supp}[f(t)g(t)]$ по ограниченному множеству. В этом случае $\varphi(t+s)$ можно заменить в «полосе» $(-a \le t+s \le a)$ финитной функцией $\psi(t,s)$, не изменяя ее значений в точках пересечения носителей $\operatorname{supp}\varphi(t+s)$ и $\operatorname{supp}[f(t)g(t)]$.

Показано, что мультииндексная свертка порядка $\vec{\alpha}$, когда $\vec{\alpha}$ состоит из одного мультииндекса $a^1 = (1)$, финитных слева обобщенных функций f и g заданных на числовой оси R определяется равенством:

$$(f * g, \varphi) = (f(t)g(s), \psi(t)\psi(s)\varphi(t+s),$$

для любой финитной функций φ,где ψ – финитная слева функция, тождественно равная единице на луче

$$(t_0 - \varepsilon, +\infty), \varepsilon > 0, \operatorname{supp} f \subset [t_0, +\infty) \ \operatorname{supp} g \subset [t_0, +\infty).$$

Если же $\vec{\alpha}$ состоит из двух мультииндексов $a^1 = (1)$ и $a^1 = (1)$, то мультииндексная свертка порядка $\vec{\alpha}$ определяется для финитной слева обобщенной функции f, заданной на числовой оси R, такой, что $\operatorname{supp} f \subset [t_0, +\infty)$ и обобщенной функции g, заданной на плоскости R^2, такой, что $\operatorname{supp} g \subset [t_0, +\infty)^2$, равенством:

$$(f * g)(\varphi) = \langle f(t)g(s_1, s_2), \psi(t)\psi(s_1)\psi(s_2)\varphi(t+s_1, t+s_2)\rangle,$$

для любой финитной функций φ двух переменных, где ψ – финитная слева функция, равная тождественно единице на луче $(t_0 - \varepsilon, +\infty), \varepsilon > 0$.

Литература

1 Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров. – М. : Наука, 1981. – 512 с.