И. А. Козак
(*ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно*)

О ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОМ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОМ РАЦИОНАЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ ЛАГРАНЖА

Тригонометрическое интерполирование является хорошо разработанной областью полиномиальных приближений. В настоящем докладе рассматриваются вопросы рационального тригонометрического интерполирования.

Пусть заданы $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in \mathrm{C}$, $|\alpha_k| < 1$, $k = 1, 2, ..., n$ – некоторые произвольные числа. Рассмотрим функцию следующего вида:

$$S_n(x) = \sin \int_0^x \lambda_n(u) du,$$

где $\lambda_n(u) = \dfrac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1 - |\alpha_k|^2}{1 - 2|\alpha_k|\cos(u - \theta_k) + |\alpha_k|^2}$, $\theta_k = \arg \alpha_k$, $k = 1, 2, ..., n$.

Лемма. Функция $S_n(x)$ имеет $2n+1$ различный нуль $x_0, x_1, ..., x_{2n}$ на полуинтервале $[0, 2\pi[$.

Теорема. Интерполяционная рациональная функция $r_n(x)$ с узлами $x_0, x_1, ..., x_{2n}$ может быть представлена в виде

$$r_n(x) = \sum_{k=0}^{2n} y_n t_k(x),$$

где $t_k(x) = \dfrac{S_n(x)}{2\sin\dfrac{x - x_k}{2} S_n{}'(x)}$, $k = 0, 1, 2, ..., 2n$, $y_n \in \mathrm{R}$.

Причем функция $r_n(x)$ является тригонометрической рациональной функцией порядка не выше n следующего вида:

$$r_n(x)=\frac{q_n(x)}{\prod_{k=1}^{n}\left(1-2\left|\alpha_k\right|\cos(x-\theta_k)+\left|\alpha_k\right|^2\right)},$$

где $q_n(x)$ – некоторый тригонометрический полином порядка не выше n.

Функция $r_n(x)$ является точной для функции $f(x)=1$, а также для функции вида:

$$f(x)=\frac{q_n(x)}{\prod_{k=1}^{n}\left(1-2\left|\alpha_k\right|\cos(x-\theta_k)+\left|\alpha_k\right|^2\right)}.$$