

Е. Ю. Кузьменкова, А. Р. Миротин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

СВОЙСТВА μ -ГАНКЕЛЕВЫХ ОПЕРАТОРОВ

Определение 1. Пусть $\mu \in \mathbb{C}$, и последовательность (α_n) состоит из комплексных чисел. μ -ганкелевым оператором называется оператор A_μ в пространстве l_2 , имеющий в стандартном базисе этого пространства матрицу $(\mu^k \alpha_{k+j})$.

Этот класс операторов содержит в качестве частного случая классические операторы Ганкеля [1].

Основным содержанием доклада является

Теорема 1. Для оператора A_μ справедливы следующие утверждения:

1. Пусть $|\mu| < 1$. Оператор A_μ ограничен тогда и только тогда, когда $(\alpha_k) \in l_2$. При этом A ядерный,

$$\text{tr}A_\mu = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n \alpha_{2n}.$$

2. Пусть $|\mu| > 1$. Оператор A_μ ограничен тогда и только тогда, когда $(\mu^k \alpha_k) \in l_2$. При этом A_μ ядерный,

$$\text{tr}A_\mu = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n \alpha_{2n}.$$

3. Пусть $|\mu| = 1$. Тогда $A_\mu = \Gamma_\mu V_\mu$, где Γ_μ – ганкелев, V_μ – унитарный, $V_\mu(x) = (\mu^k x_k)_{k=0}^{\infty}$. В частности, оператор A_μ ограничен тогда и только тогда, когда найдется такая функция $\psi \in L^\infty(T)$, что $\alpha_n = \hat{\psi}(n)$, при $n \in \mathbb{Z}^+$. При этом

$$\|A_\mu\| = \inf\{\|\psi\|_{L^\infty} : \alpha_n = \hat{\psi}(n), n \in \mathbb{Z}_+\}.$$

В теореме $\hat{\psi}$ являются коэффициентами Фурье данной функции.

Литература

1 Пеллер, В.В. Операторы Ганкеля и их приложения / В. В. Пеллер. – Москва-Ижевск : НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2005. – 1028 с.