С. Ю. Кунделев
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

СИМВОЛЫ ОПЕРАТОРОВ ХАУСДОРФА

Определение. Оператором Хаусдорфа называется оператор вида $(\mathcal{H}_{K,a}f)(x) \coloneqq \int_{-\infty}^{\infty} K(u)f(a(u)x)du$, где K и a – заданные функции.

В докладе будут рассмотрены следующие хаусдорфовы операторы:

1) $C_1 f(x) = \frac{1}{x}\int_0^x f(v)dv$ – оператор Чезаро;

2) $Cf(x) = \int_x^{+\infty} \frac{f(v)}{v} dv$ – гармонический оператор Чезаро;

3) $\left(\mathcal{H}_\gamma f\right)(x) = \frac{\gamma sgn(x)}{|x|^\gamma} \int_0^x |v|^{\gamma-1} f(v)dv,\ \gamma > 0$– оператор Харди;

4) $(\mathcal{H}_1^* f)(x) = \begin{cases} \int_x^\infty \frac{f(v)}{v} dv, & x > 0 \\ -\int_{-\infty}^x \frac{f(v)}{v} dv, & x < 0 \end{cases}$ – оператор Копсона;

5) $\left(\mathcal{H}_\gamma^* f\right)(x) = \begin{cases} \gamma x^{\gamma-1} \int_x^\infty v^{-\gamma} f(v)dv, & x > 0 \\ \gamma|x|^{\gamma-1} \int_{-\infty}^x |v|^{-\gamma} f(v)dv, & x < 0 \end{cases}, \gamma > 0$ – сопряженный оператор Харди.

Определение [1]. Символом оператора Хаусдорфа $\mathcal{H}$ называется функция $\varphi(s) = \int_{-\infty}^\infty K(u)|a(u)|^{-\frac{1}{2}+is} du, s \in \mathbb{R}$ (если интеграл существует).

Теорема. Справедливы следующие утверждения: 1) $\frac{2}{1+2is}$ – символ оператора Чезаро; 2) $\frac{2\gamma}{2\gamma+2is-1}$ – символ оператора Харди; 3) $\frac{2\gamma}{2\gamma-2is-1}$ – символ сопряженного оператора Харди; 4) $\frac{1}{\frac{1}{2}-is}$ – символ оператора Копсона.

Литература

1 Миротин, А.Р. О структуре нормальных хаусдорфовых операторов в пространствах Лебега / А. Р. Миротин // Функциональный анализ и его приложения, 2019. – Т. 53, вып. 4. – С. 27-37.