

О РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ ШЕСТОГО ПОРЯДКА ОБОБЩЕННОЙ ИЕРАРХИИ УРАВНЕНИЯ P_2

Обобщенная иерархия уравнения P_2 представляется [1] в виде

$$\left(\frac{d}{dz} + 2w\right)\tilde{L}_n[w' - w^2] = zw + \alpha_n, \quad n \geq 1, \quad (1)$$

где последовательность $\tilde{L}_n(w)$ удовлетворяет соотношению

$$\frac{d}{dz}\tilde{L}_{n+1}[u] = (D^3 + (4u + \beta_n)D + 2u_z)\tilde{L}_n[u] + \gamma_n,$$

$$\tilde{L}_1[u] = u, \quad D = \frac{d}{dz}, \quad \beta_n, \gamma_n \in \mathbb{C}, \quad n = 1, 2, \dots$$

В случае $n = 3$ уравнение (1) имеет вид

$$\begin{aligned} w^{(6)} - 20w^7 - 57w'''ww + 140w^3(w')^2 + 70w^4w'' - 14w^2w^{(4)} - 42w(w'')^2 - \\ + 70(w')^2w'' + (\beta_1 + \beta_2)(6w^5 - 10w^2w'' - 10w(w')^2 + w^{(4)}) + \\ + \beta_1\beta_2(w'' - 2w^3) + \gamma_1(2w'' - 4w^3) + 2\gamma_2w - tw - \alpha = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Утверждение 1. Рациональные решения уравнения (2) могут иметь только простые полюса с вычетами $\pm 1, \pm 2, \pm 3$.

Доказательство утверждения осуществляется с помощью анализа степеней мономов уравнения (2), при подстановке $w \in c_0(z - z_0)^{-k}$, и условия равенства нулю коэффициента при наименьшей степени.

Утверждение 2. Все разложения решения уравнения (2), в окрестности подвижного полюса первого порядка, имеют необходимое число произвольных постоянных.

Материалы XXI Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 19–21 марта 2018 г.

Доказательство утверждения осуществляется на основании метода резонансов с помощью системы компьютерной математики Maple.

Литература

1 Kudryashov, N. A. Discrete equations corresponding to fourth-order differential equations of the P2 and K2 hierarchies / N. A. Kudryashov, M. B. Soukharev // ANZIAM, Industrial and Applied Mathematics. – 2000. – V. 44. – P. 149 – 160.