



АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В МАТЕМАТИКЕ

Алгебра и геометрия

С. В. Балычев, А. Ф. Васильев
(УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

РАСПОЗНАВАНИЕ КОНЕЧНЫХ РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП ПО ФАКТОРИЗАЦИЯМ ХОЛЛА

Рассматриваются только конечные группы. Понятие разрешимой группы возникло в теории Галуа, в связи с вопросом о разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. В последние годы разрешимые группы нашли новые различные приложения: при изучении формальных языков, автоматов, в криптографии, теории кодирования и др. Этому во многом способствовала построенная красивая теория таких групп, основу которой составляет учение Холла и теория классов разрешимых групп (формаций, классов Шунка, классов Фиттинга и др.) [1]. В настоящее время актуальной является следующая задача распознавания: Пусть $\mathcal{F}$ – класс разрешимых групп. Исследовать условия, при которых группа G принадлежит $\mathcal{F}$.

По известному классическому результату Ф. Холла группа G является разрешимой тогда и только тогда, когда G можно представить в произведение своих попарно перестановочных силовских подгрупп.

Определение. Пусть $\mathcal{F}$ – наследственный класс групп, t – натуральное число. Класс $\mathcal{F}$ назовем H_t -замкнутым, если $\mathcal{F}$ содержит всякую группу $G = G_1 G_2 \cdots G_n$ являющуюся произведением своих попарно перестановочных силовских подгрупп $G_1 G_2 \cdots G_n$, и произведение $G_{i_1} G_{i_2} \cdots G_{i_t}$, принадлежит $\mathcal{F}$ для любого набора индексов $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \cdots \leq i_t \leq n$. По определению пустой класс H_t -замкнут для любого натурального числа t . H -индексом класса $\mathcal{F}$ назовем наименьшее число t для которого $\mathcal{F}$ является H_t -замкнутым. Обозначается $H(\mathcal{F})$.

В настоящем сообщении нами предлагаются методы вычисления $H(F)$ для наследственных насыщенных формаций F . Например:

Теорема. Пусть F – наследственная формация разрешимых групп и $H(F)=t$, тогда $H(N^m F)=m+t$.

Следствие. $H(NF)=3$.

Литература

1 Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk K, T. Hawkes. – Walter de Gruyter, Berlin–New York, 1992. – 891 p.