Д. С. Вазовиков
(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ГРУПП

В современной теории групп одним из способов построения новых групп являются полупрямые произведения. Но для их применения нужен некоторый запас уже известных групп. Простейшими, из которых являются группы малых порядков.

Группу $Q = \langle A, B \mid A^4 = B^4 = E, A^2 = B^2, B^{-1}AB = A^{-1} \rangle$ называют группой кватернионов [1, с. 93].

Над полем Z_5 определители матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ равны 1, поэтому $A, B \in SL(2, Z_5)$. Далее $A^2 = B^2 = 4E, A^4 = B^4 = E$,

$$A^3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь E – единичная матрица. Итак, A и B – матрицы порядка 4 и $\langle A \rangle \cap \langle B \rangle = \langle 4E \rangle \subseteq Z(SL(2, Z_5))$. Группа, порожденная этими матрицами, будет группой кватернионов.

Полупрямое произведение $G=[E_{5^2}]Q$ элементарной абелевой группы E_{5^2} порядка 5^2 с группой Q строится следующим образом. Группа E_{5^2} записывается как аддитивная группа векторного пространства $V(2,5)$ размерности 2 над полем из 5 элементов, а элементы матричной группы Q становятся линейными преобразованиями пространства $V(2,5)$. Это позволяет вычислять подгруппы группы $G=[E_{5^2}]Q$ и определять их строение. В частности, перечислить все подгруппы группы G в матричной записи.

Литература

1 Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Высшая школа, 2006. – 207 с.