

ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ НА ОСНОВЕ СХОДЯЩЕГОСЯ ПУЧКА СВЕТА

К. К. Светашев, А. И. Семененко, Л. В. Семененко
и В. К. Соколов

Рассматривается возможность использования сходящегося пучка света в эллипсометрии (случай сферической линзы). Выводятся формулы, позволяющие оценить точность определения поляризационных углов.

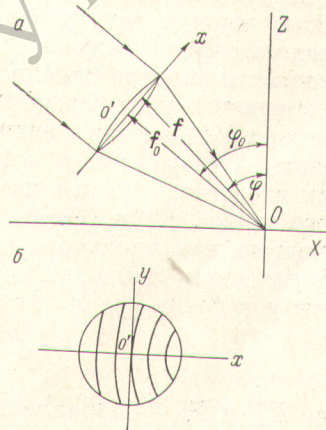
Повышение локальности эллипсометрических измерений путем фокусирования на поверхность образца падающего параллельного пучка света связано с неточным определением поляризационных углов ψ и Δ . В предыдущей работе [1], посвященной этому вопросу, получены условия, обеспечивающие сохранение значений углов ψ и Δ при фокусировании параллельного пучка с помощью цилиндрической линзы. Однако эти условия почти никогда не выполняются. В работе [1] вопрос о величине ошибок $\delta\psi$ и $\delta\Delta$, обусловленных использованием сходящегося пучка, решался путем анализа теоретических зависимостей величин ψ , Δ и β ($\beta = \text{tg } \psi_p \text{ tg } \psi_s$, где $\text{tg}^2 \psi_p$ и $\text{tg}^2 \psi_s$ — коэффициенты отражения p - и s -компонент волны) от угла падения параллельного пучка света на образец. При этом результаты носили качественный характер. Случай сферической линзы, представляющий наибольший интерес, в этой работе практически не был разобран. Как выяснилось, он обладает существенной особенностью, не позволяющей использовать соотношения, полученные для случая цилиндрической линзы. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Оптическая схема эллипсометра остается прежней. Компенсатор расположен на пути отраженного пучка, прошедшего через вторую сферическую линзу. Оси компенсатора образуют угол $\pm 45^\circ$ с плоскостью падения параллельного пучка. Падающий параллельный пучок разбиваем на элементарные пучки, которые после прохождения фокусирующей сферической линзы слабо отличаются от параллельных. Угол падения φ элементарного пучка на образец легко определить, введя вектор \mathbf{f} , идущий из фокуса линзы (точка O на рисунке) в точку на поверхности линзы. В системе координат (X, Y, Z) (ось OY перпендикулярна плоскости падения параллельного пучка) компоненты этого вектора запишутся

$$f_x = -f_0 \sin \varphi_0 + x \cos \varphi_0, \quad (1a)$$

$$f_y = y \quad (1б)$$

$$f_z = f_0 \cos \varphi_0 + x \sin \varphi_0, \quad (1в)$$



где φ_0 — угол падения параллельного пучка, f_0 — фокусное расстояние линзы, x и y — координаты точки на поверхности линзы в системе, связанной с этой поверхностью (оси $o'y$ и OY параллельны, причем $y = Y$). Тогда, очевидно,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{f_z}. \quad (2)$$

Из выражения (2), используя соотношения (1), находим уравнение кривой на поверхности линзы, вдоль которой угол падения соответствующих элементарных пучков на образец остается постоянным

$$x = -f_0 \operatorname{tg} (\varphi - \varphi_0) + f_0 \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\cos (\varphi - \varphi_0) \cos (\varphi + \varphi_0)} \times \\ \times \left(1 - \sqrt{1 - \frac{y^2}{f_0^2} \frac{\cos (\varphi - \varphi_0) \cos (\varphi + \varphi_0)}{\sin^2 \varphi}} \right). \quad (3)$$

Для небольших апертур сходящегося пучка ($y^2/f_0^2 \ll 1$) уравнение (3) упрощается

$$x \approx -f_0 \operatorname{tg} (\varphi - \varphi_0) + \frac{1}{2} \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{f_0} y^2. \quad (4)$$

На рисунке, б изображено семейство таких кривых, отвечающих различным значениям угла падения. Каждую точку на поверхности линзы можно характеризовать теперь переменными φ и y . Различные элементарные пучки после отражения от образца не могут характеризоваться одинаковыми поляризационными эллипсами. Одной из причин этого является различие в углах падения.

Другая причина, не имеющая места в случае цилиндрической линзы, заключается в том, что плоскость падения элементарного пучка после прохождения сферической линзы оказывается повернутой относительно плоскости падения параллельного пучка на некоторый угол. Это приводит к изменению угла между вектором линейной поляризации (электрическим вектором) падающего элементарного пучка и плоскостью падения этого пучка. А указанный угол (угол линейной поляризации падающего пучка), как известно, связан с параметрами поляризационного эллипса отраженного пучка. Если $\psi_0 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} |E_{0s}|/|E_{0p}|$ — угол линейной поляризации падающего параллельного пучка, то углом линейной поляризации (после сферической линзы) падающего элементарного пучка, пересекающего линзу в точке (φ, y) , будет

$$\psi'_0 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|E'_{0s}|}{|E'_{0p}|} = \psi_0 + \Theta (\varphi, y), \quad (5)$$

где E'_{0p} и E'_{0s} — параллельная и перпендикулярная к плоскости падения элементарного пучка компоненты амплитуды E'_0 . Амплитуда E'_0 , характеризующая электрическое поле в падающем элементарном пучке (после линзы) вследствие потерь на отражение в линзе, отличается по модулю от амплитуды E_0 в падающем параллельном пучке. Нас не интересует абсолютное изменение $(E_0 - E'_0)$. Для дальнейшего важным является (при суммировании интенсивностей элементарных пучков на выходе анализатора) лишь изменение модуля E'_0 при удалении от центра линзы, а эта величина имеет второй порядок малости по углу искривления пучка. Рассматривая сравнительно небольшие апертуры сходящегося пучка, мы пренебрегаем зависимостью модуля E'_0 .

При определении величины $\Theta (\varphi, y)$ учитываем, что векторы E_0 и E'_0 образуют с плоскостью падения элементарного пучка на линзу (эта плоскость содержит векторы f и f_0 и имеет всевозможные ориентации) углы, отличающиеся на величину второго порядка малости по углу искривления, и также пренебрегаем этой разницей (по поводу соответствующих формул см, например, [2]). Последнее оправдано тем, что угол $\Theta (\varphi, y)$,

определяемый теперь только поворотом плоскости падения элементарного пучка на образец, является величиной первого порядка малости по углу искривления.

Приведем схему определения угла Θ (φ, y). Плоскость падения элементарного пучка на линзу включает векторы $\mathbf{n}_0 = -\mathbf{f}_0/|\mathbf{f}_0|$ и $\mathbf{n} = -\mathbf{f}/|\mathbf{f}|$, идущие вдоль направлений распространения элементарного пучка до линзы и после линзы соответственно. Единичные векторы $\mathbf{e}_0 = \mathbf{E}_0/|\mathbf{E}_0|$ и $\mathbf{e}'_0 = \mathbf{E}'_0/|\mathbf{E}'_0|$, очевидно, удовлетворяют условиям

$$\mathbf{e}_0 \perp \mathbf{n}_0, \quad \mathbf{e}'_0 \perp \mathbf{n}. \quad (6)$$

Введем единичные векторы

$$\mathbf{k}_0 = [\mathbf{m}, \mathbf{n}_0], \quad \mathbf{k} = [\mathbf{m}, \mathbf{n}], \quad (7)$$

$$\mathbf{m} = \frac{[\mathbf{n}, \mathbf{n}_0]}{|[\mathbf{n}, \mathbf{n}_0]|}, \quad (7a)$$

Вектор \mathbf{m} , как это следует из определения, перпендикулярен к плоскости падения элементарного пучка на линзу, а векторы \mathbf{k}_0 и \mathbf{k} лежат в этой плоскости и одновременно перпендикулярны векторам \mathbf{n}_0 и \mathbf{n} соответственно. Пользуясь векторами \mathbf{m} , \mathbf{k}_0 и \mathbf{k} , представим \mathbf{e}_0 и \mathbf{e}'_0 в виде

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{m} (\mathbf{e}_0, \mathbf{m}) + \mathbf{k}_0 (\mathbf{e}_0, \mathbf{k}_0), \quad (8)$$

$$\mathbf{e}'_0 = \mathbf{m} (\mathbf{e}'_0, \mathbf{m}) + \mathbf{k} (\mathbf{e}'_0, \mathbf{k}). \quad (8a)$$

Мы исходим из приближения, в котором \mathbf{e}_0 и \mathbf{e}'_0 образуют с плоскостью падения на линзу одинаковые углы. Это означает, что имеют место следующие равенства:

$$(\mathbf{e}_0, \mathbf{m}) = (\mathbf{e}'_0, \mathbf{m}) \quad \text{и} \quad (\mathbf{e}_0, \mathbf{k}_0) = (\mathbf{e}'_0, \mathbf{k}). \quad (9)$$

Используя соотношения (9), находим из (8a)

$$\mathbf{e}'_0 = \mathbf{m} (\mathbf{e}_0, \mathbf{m}) + \mathbf{k} (\mathbf{e}_0, \mathbf{k}_0). \quad (10)$$

Вводя единичный вектор \mathbf{p} , лежащий в плоскости падения элементарного пучка на образец (после линзы) и перпендикулярный направлению распространения данного элементарного пучка ($\mathbf{p} \perp \mathbf{n}$)

$$\mathbf{p} = \frac{[\mathbf{n}, [\mathbf{e}_3, \mathbf{n}]]}{|[\mathbf{e}_3, \mathbf{n}]|} \quad (11)$$

(\mathbf{e}_3 — единичный вектор в направлении оси OZ), можем записать

$$\cos \psi'_0 = (\mathbf{e}'_0, \mathbf{p}), \quad (12)$$

или, используя выражения (5) и (10),

$$\cos (\psi_0 + \Theta) = (\mathbf{m}, \mathbf{p}) (\mathbf{e}_0, \mathbf{m}) + (\mathbf{k}, \mathbf{p}) (\mathbf{e}_0, \mathbf{k}_0). \quad (12a)$$

Записав компоненты векторов \mathbf{n} , \mathbf{n}_0 , \mathbf{m} , \mathbf{k} , \mathbf{k}_0 , \mathbf{p} и \mathbf{e}_0 в системе координат (X, Y, Z), находим из формулы (12a) выражение для угла Θ

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{y}{f_0} \frac{1 + (x/f_0) \operatorname{tg} \varphi_0 A}{-\operatorname{tg} \varphi_0 + x/f_0 - (y/f_0)^2 \operatorname{tg} \varphi_0 A}, \quad (13)$$

где

$$A = \frac{f_0 (f - f_0)}{x^2 + y^2} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \left(\frac{x^2}{f_0^2} + \frac{y^2}{f_0^2} \right)^{m-1}, \quad (13a)$$

$$A_m = \frac{1}{m!} \prod_{l=1}^m \left(\frac{1}{2} - m + l \right). \quad (13b)$$

Для получения зависимости угла Θ от переменных φ и y необходимо использовать уравнение (3).¹ Для случая малых апертур ($\operatorname{tg} |\varphi - \varphi_0| \ll 1$)

¹ Заметим, что при выводе формулы (13) мы условились вести отсчет положительных значений угла линейной поляризации падающего пучка по часовой стрелке (от плоскости падения), если смотреть по направлению распространения пучка. С направлением отсчета этого угла связан знак величины Θ .

выражение (13) можно представить в виде ряда по нечетным степеням (y/f_0) с коэффициентами, зависящими от φ .

Рассмотрим теперь элементарные пучки после отражения от образца. Поляризационный эллипс отраженного элементарного пучка до прохождения через вторую сферическую линзу описывается уравнениями

$$E_{1p} = A_p \cos(\tau + \theta_p), \quad (14)$$

$$E_{1s} = A_s \cos(\tau + \theta_s), \quad (14a)$$

где p - и s -направления берутся относительно плоскости падения элементарного пучка на образец;

$$\theta_s - \theta_p = \Delta, \quad (14b)$$

$$A_s/A_p = \operatorname{tg} \psi'_1 = \operatorname{tg} \psi'_0 / \operatorname{tg} \psi, \quad (14в)$$

ψ и Δ — поляризационные углы, отвечающие углу падения данного элементарного пучка; ψ'_0 — угол линейной поляризации падающего элементарного пучка, определяемый выражениями (5) и (13).

Компоненты электрического поля, определяемые (до линзы) выражениями (14) и (14a), после прохождения волны через вторую сферическую линзу запишутся следующим образом:

$$E_{1p'} = A_{p'} \cos(\tau + \theta_p), \quad (15)$$

$$E_{1s'} = A_{s'} \cos(\tau + \theta_s). \quad (15a)$$

Здесь p' - и s' -направления повернуты относительно параллельного и перпендикулярного (к плоскости падения параллельного пучка) направлений поля на угол $[-\theta(\varphi, -y)] = \theta(\varphi, y)$ (элементарный пучок, пересекающий первую линзу в точке (φ, y) , вторую линзу пересекает в точке $(\varphi, -y)$). Амплитуды $A_{p'}$ и $A_{s'}$ вследствие потерь на отражение в линзе отличаются от амплитуд A_p и A_s . Как уже указывалось, мы пренебрегаем зависимостью коэффициента прохождения элементарного пучка через линзу от угла искривления, а в этом приближении имеет место соотношение

$$A_{p'}/A_p = A_{s'}/A_s \text{ или } A_{s'}/A_{p'} = \operatorname{tg} \psi'_1, \quad (16)$$

где $\operatorname{tg} \psi'_1$ дается формулой (14в).

Чтобы учесть дополнительную разность фаз δ , вносимую компенсатором (как и в работе [1], рассматриваем $\delta = \pi/2$), удобно перейти от координатной системы $(E_{1p'}, E_{1s'})$ к системе $(E_{1\tau}, E_{1\tau'})$, образованной осями компенсатора.

Из предыдущего ясно, что угол между этими координатными системами составляет $(\pi/4 - \theta)$. Проводя вычисления аналогично тому, как это делалось в работе [1], находим полуоси a и b поляризационного эллипса, а также угол γ' между осью компенсатора и одной из главных осей поляризационного эллипса (после компенсатора)

$$a^2 = \frac{r^2}{2} |E_0|^2 A(\varphi, y, \psi_0), \quad b^2 = \frac{r^2}{2} |E_0|^2 B(\varphi, y, \psi_0), \quad (17)$$

$$A = \frac{\beta}{1 + \operatorname{tg}^2(\psi_0 + \theta)} \left[\frac{(\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg}(\psi_0 + \theta))^2}{\operatorname{tg} \psi} + G \operatorname{tg} \psi \right], \quad (18)$$

$$B = \frac{\beta}{1 + \operatorname{tg}^2(\psi_0 + \theta)} \left[\frac{(\operatorname{tg} \psi - \operatorname{tg}(\psi_0 + \theta))^2}{\operatorname{tg} \psi} - G \operatorname{tg} \psi \right], \quad (19)$$

$$G = -2 \operatorname{tg} \psi'_1 + \{4 \operatorname{tg}^2 \psi'_1 + \sin^2 2\theta [(1 - \operatorname{tg}^2 \psi'_1)^2 - 4 \operatorname{tg}^2 \psi'_1 \cos^2 \Delta] + 4 \operatorname{tg} \psi'_1 (1 - \operatorname{tg}^2 \psi'_1) \cos \Delta \sin 2\theta \cos 2\theta\}^{1/2}, \quad (20)$$

$$\operatorname{tg} 2\gamma' = \pm \operatorname{tg}(\Delta + \nu), \quad (21)$$

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{\operatorname{tg} \theta \sin \Delta [\operatorname{tg}^2 \psi'_1 - 1 + 2 \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \psi'_1 \cos \Delta]}{\operatorname{tg} \psi'_1 + \operatorname{tg} \theta (1 - \operatorname{tg}^2 \psi'_1) \cos \Delta - \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{tg} \psi'_1 \cos 2\Delta}, \quad (22)$$

r — коэффициент прохождения элементарного пучка через линзу

$$r = |E'_0|/|E_0|^2 = |A_{s'}|^2/|A_s|^2 = |A_{p'}|^2/|A_p|^2. \quad (23)$$

При $\Theta = 0$ величины G и ν обращаются в ноль и мы приходим к формулам для случая цилиндрической линзы (см. [1]).

Наконец, рассмотрим интенсивность всего пучка после его прохождения через анализатор. Используя выражение для интенсивности элементарного пучка (после анализатора), приведенное в работе [1], для полной интенсивности запишем

$$I \sim \iint_{(S)} d\varphi dy \left| \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right| (A \cos^2 \zeta + B \sin^2 \zeta), \quad (24)$$

где ζ — угол между полуосью a и той осью анализатора, которая выделяет пропускаемую компоненту электрического поля. Интегрирование ведется по поверхности линзы.

Нас интересуют те положения поляризатора и анализатора, которые дают минимум интенсивности всего пучка и, следовательно, определяют по соответствующим формулам поляризационные углы ψ и Δ . Эти положения поляризатора и анализатора в общем случае не совпадают с их нулевыми положениями, которые, обеспечивая гашение всего пучка при отсутствии линз (от поверхности образца отражается параллельный пучок), дают истинные значения поляризационных углов ψ и Δ .

Выясним, к каким ошибкам в ψ и Δ приводит использование сходящегося пучка. Для этого разложим полную интенсивность I в ряд по малым отклонениям поляризатора (δP) и анализатора (δA) от их нулевых положений, ограничиваясь величинами второго порядка малости

$$I = I_0 + \frac{\partial I}{\partial \psi_0} \delta P + \frac{\partial I}{\partial \zeta} \delta A + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I}{\partial \psi_0^2} \delta P^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I}{\partial \zeta^2} \delta A^2 + \frac{\partial^2 I}{\partial \psi_0 \partial \zeta} \delta A \delta P, \quad (24a)$$

где δP и δA определяется следующим образом:

$$\delta P = \psi_0 - \psi(\varphi_0), \quad (25)$$

$$\delta A = \zeta(\varphi, y, \psi_0) - \zeta_0(\varphi, y, \psi_0), \quad (26)$$

$$\zeta_0 = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\Delta - \Delta(\varphi_0) + \nu}{2}. \quad (27)$$

Здесь $\zeta_0(\varphi, y, \psi_0)$ и $\psi(\varphi_0)$ — значения углов ζ и ψ_0 при нулевых положениях анализатора и поляризатора. При написании выражения для ζ_0 мы использовали формулу (21). Для центрального элементарного пучка ($\varphi = \varphi_0, y = 0$) независимо от положения поляризатора $\zeta_0 = \pi/2$ (в этом случае $\nu = 0$). Производные в разложении (24a) легко определить, дифференцируя под знаком интеграла. Значения производных, очевидно, надо брать в точках

$$\psi_0 = \psi(\varphi_0) \text{ и } \zeta = \zeta_0[\varphi, y, \psi(\varphi_0)].$$

Для случая малых апертур ($\text{tg}|\varphi - \varphi_0| \ll 1$) положение минимума интенсивности I легко найти, используя разложение (24a). Запишем величины δP и δA , отвечающие этому минимуму

$$(\delta P)_0 = \frac{-(\partial I/\partial \psi_0) (\partial^2 I/\partial \zeta^2) + (\partial I/\partial \zeta) (\partial^2 I/\partial \psi_0 \partial \zeta)}{(\partial^2 I/\partial \psi_0^2) (\partial^2 I/\partial \zeta^2) - (\partial^2 I/\partial \psi_0 \partial \zeta)^2}, \quad (28)$$

$$(\delta A)_0 = \frac{-(\partial I/\partial \zeta) (\partial^2 I/\partial \psi_0^2) + (\partial I/\partial \psi_0) (\partial^2 I/\partial \psi_0 \partial \zeta)}{(\partial^2 I/\partial \psi_0^2) (\partial^2 I/\partial \zeta^2) - (\partial^2 I/\partial \psi_0 \partial \zeta)^2}. \quad (29)$$

Используя формулы для определения поляризационных углов ψ и Δ (в случае компенсатора, дающего разность фаз $\delta = \pi/2$), можем записать для ошибок $\delta\psi$ и $\delta\Delta$, обусловленных использованием сходящегося пучка, следующие выражения

$$(\delta\psi)_0 = (\delta P)_0, \quad (30)$$

$$(\delta\Delta)_0 = 2(\delta A)_0, \quad (31)$$

Величины $(\delta P)_0$ и $(\delta A)_0$ можно запрограммировать для вычисления на ЭВМ (эта задача реализуется). В этом случае мы получим точные значения ошибок в определении поляризационных углов с помощью сходящегося пучка. Исследуя различные значения угла падения φ_0 и различные апертуры сходящегося пучка для конкретной отражающей системы, можно выбрать наиболее выгодные с точки зрения высокой точности определения углов ψ и Δ варианты. Эллипсометрия сходящегося пучка света в сочетании с указанной вычислительной работой может оказаться (в случаях, требующих локальных измерений) довольно точным методом для определения параметров отражающей системы.

Литература

- [1] К. К. Свиташев, А. И. Семенов, Л. В. Семенов, В. К. Соколов. *Опт. и спектр.*, 30, 532, 1971.
[2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред*. ГИФМЛ, М., 1959.

Поступило в Редакцию 23 декабря 1971 г.