

О ПРОХОЖДЕНИИ СВЕТА ЧЕРЕЗ ШЕРОХОВАТУЮ ПОВЕРХНОСТЬ. II

А. С. Топорец

Дано объяснение природы направленной компоненты, наблюдающейся при прохождении света через шероховатую поверхность. Показано, что формирование этой компоненты обусловлено дифракцией и последующей интерференцией дифрагированных лучей. Рассмотрены два возможных механизма образования направленной компоненты — суперпозиция колебаний с разностью фаз, равной нулю, и с разностями фаз, распределенными в пределах полупериода.

В работе [1] приведены экспериментально установленные факты, характеризующие явление прохождения света через шероховатую поверхность. Прощедший свет состоит из двух компонент — диффузной и направленной. Было установлено, что интенсивность направленной компоненты есть функция угла падения и длины волны падающего излучения. Зависимость интенсивности от угла падения показана на рис. 1. Как видно из рисунка, кривая зависимости имеет две ветви: нисходящую (0—60°) и восходящую (60°—90°). В первом случае зависимость выражается формулой

$$I = \tau I_0 e^{-\frac{l^2}{\lambda^2 \cos^2 i}}, \quad (1)$$

во втором

$$I = \tau I_0 e^{-\frac{l'^2}{\lambda^2} \cos^2 i}. \quad (2)$$

Здесь I и I_0 — интенсивности направленной компоненты и падающего света, τ — коэффициент пропускания плоскопараллельной пластинки.

В приведенных формулах не был раскрыт физический смысл величин, стоящих в числителе показателя степени экспоненты. В настоящей статье сделана попытка более детальной интерпретации явления.

Поверхность механически матированного стекла можно рассматривать как совокупность граней различной конфигурации и размеров, примыкающих друг к другу своими периметрами. Грани эти наклонены к плоскости поверхности под небольшими углами. При падении на такую поверхность параллельного светового пучка происходит его преломление, при этом

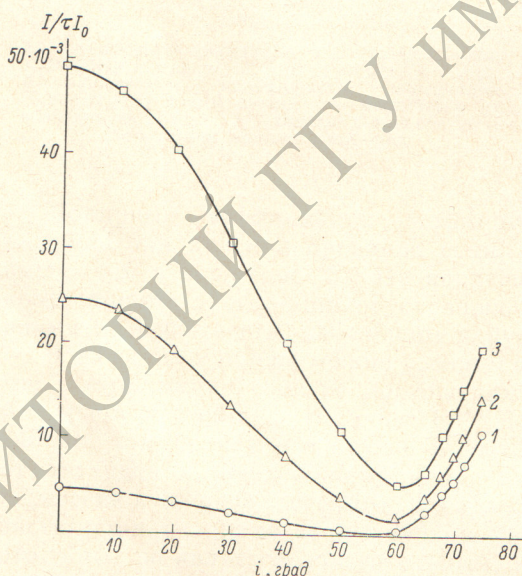


Рис. 1. Зависимость относительной интенсивности направленной компоненты от угла падения.
1 — $\lambda=0.45$, 2 — 0.55 , 3 — 0.63 мкм.

структура выходящего из поверхности пучка определяется, с одной стороны, законами преломления, с другой, законами дифракции, которая в такой системе должна проявляться заметным образом.

Для того чтобы свет после прохождения через шероховатую поверхность распространялся в направлении падающего пучка, необходимы два условия: 1) дифракция света в требуемом направлении и 2) подходящие фазовые соотношения интерферирующих пучков.

Попытаемся объяснить происхождение направленной компоненты, для чего вначале рассмотрим некоторую модель шероховатой поверхности, более простую, чем шлифованная поверхность.

Пусть имеется слой среды с показателем преломления n , ограниченный с одной стороны гладкой поверхностью, с другой поверхностью, образованной продольными штрихами. Профиль такой поверхности показан на рис. 2. Параллельный пучок света, падающий на гладкую поверхность под углом i , частично отражается, частично проходит внутрь среды, преломляясь под углом i' . На наклонных гранях световой пучок вновь испытывает отражение и преломление и выходит в первую среду по направлению, определяемому законами преломления. Если размеры граней l_1 и l_2 значительно больше длины волны падающего излучения, то по направлению падающего пучка свет распространяться не будет. Лишь в том случае, когда размеры граней сопоставимы с длиной волны, благодаря дифракции свет может распространяться и по направлениям, не совпадающим с направлениями, которые предписывают законы преломления.

Предполагая, что по направлению падающего пучка распространяется дифрагированный свет, найдем разность хода для двух пар лучей, выходящих из крайних точек граней: CEL , $BDKM$ и $BDKM$, AJN . Обозначим разность хода для первой пары через Δx_1 , для второй через Δx_2 . Пользуясь рис. 2, можем написать

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= CE + nEL - [BD + nDK + KM], \\ \Delta x_2 &= BD + nDK + KM - [nAJ + JN]. \end{aligned}$$

Произведя несложные преобразования этих выражений, получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= l_1 [n \sin(i' + \gamma_1) - \sin(i + \gamma_1)], \\ \Delta x_2 &= l_2 [n \sin(i' - \gamma_2) - \sin(i - \gamma_2)]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь $l_1 = KL$, $l_2 = KJ$. Имея в виду что $h = l \sin \gamma$, эти выражения можно преобразовать к виду

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= h_1 (n \cos i' - \cos i), \\ \Delta x_2 &= h_2 (\cos i - n \cos i'). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Из этих формул видно, что Δx_1 и Δx_2 имеют разные знаки и, если $\gamma_1 = \gamma_2$, а $l_1 = l_2$, то

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 0 \quad (5)$$

при любом угле падения i . Иначе говоря, параллельные лучи, выходящие по направлению падающего пучка из точек, находящихся на равных расстояниях от гладкой поверхности, имеют разность хода, равную нулю. При $\gamma = 0$ выражение в квадратных скобках (3) обращается в нуль, так как оба члена равны. Таким образом, полученное выражение справедливо и для плоскопараллельной пластинки и показывает, что при прохождении света через такую пластинку не происходит изменения фазы проходящего пучка.

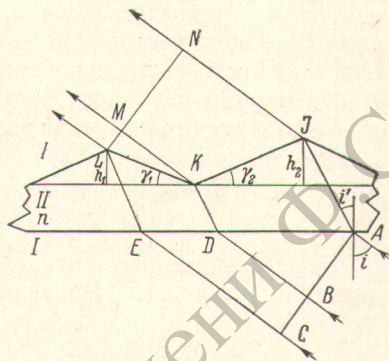


Рис. 2. Схема прохождения светового пучка через шероховатую поверхность.

Из выражений (4) легко получить значение разности хода для случая, когда $i=0$: она равна произведению высоты гребешка на разность показателей преломления двух соприкасающихся сред

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= (n-1) h_1, \\ \Delta x_2 &= -(n-1) h_2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Хотя структура исследованных нами поверхностей несколько отличается от структуры рассмотренной модели, мы увидим далее, что полученные для нее закономерности могут быть использованы для объяснения происхождения направленной компоненты и ее зависимости от разных факторов.

Мы предполагаем, что направленная компонента представляет собою результат интерференции лучей, дифрагированных в направлении падающего пучка гранями элементарной ячейки поверхности. Каждая ячейка дает свое количество прямо прошедшего света, а общая интенсивность направленной компоненты получается как сумма этих количеств.

Интенсивность света, прошедшего через шероховатую поверхность, в общем виде можно записать так [2]:

$$I = Na^2 + 2a^2 \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \cos(\varphi_i - \varphi_k). \quad (7)$$

Первый член дает интенсивность рассеянного света, второй — направленной компоненты. Последний в свою очередь можно представить так:

$$2a^2 \sum_{i \neq k} \cos(\varphi_i - \varphi_k), \quad 2a^2 \sum_{i=k} \cos(\varphi_i - \varphi_k).$$

Первые суммы дают результат суперпозиции колебаний со случайными фазами, вторые — с разностью фаз, равной нулю.

Выше было показано, что точки шероховатой поверхности, находящиеся на одинаковом расстоянии от полированной поверхности, являются вторичными источниками лучей, распространяющихся в направлении падающего пучка, с разностью фаз, равной нулю. Мы полагаем, что сумма этих лучей и дает нам интенсивность направленной компоненты нисходящей ветви: она представлена суммами членов, для которых $i=k$. Рассмотрим это подробнее.

Исследованные нами шероховатые поверхности обладают структурой со случайным распределением величин h , поэтому, чтобы и в этом случае удовлетворить уравнению (5), необходимо выполнение такого условия

$$\frac{h'}{h''} = \left| \frac{\cos i - n \cos i'}{n \cos i' - \cos i} \right| = 1. \quad (8)$$

Символами h' и h'' обозначены высоты точек на той и другой грани ячейки. Лучи, выходящие из этих точек по направлению падающего пучка, имеют разность хода, равную нулю.

Реальные элементарные ячейки имеют форму, близкую к пирамидальной. Поверхности такой ячейки можно сопоставить равновеликую поверхность конуса с длиной образующей l и радиусом основания r . Точки любой окружности, расположенной на боковой поверхности конуса, являются источниками лучей с разностью хода, равной нулю. Просуммировав излучения по боковой поверхности конуса, получим величину направленной компоненты для одной ячейки.

Напишем дифференциальное уравнение

$$dI = - \frac{2\pi \cos \gamma}{\lambda^2} \frac{\tau I}{\cos i} l dl. \quad (9)$$

При написании этого уравнения мы исходили из следующих соображений. Интенсивность направленной компоненты пропорциональна интенсивности падающего пучка. Под этой величиной мы понимаем освещен-

ность, которая при увеличении угла падения уменьшается пропорционально косинусу этого угла, поэтому для сопоставления интенсивностей при разных углах падения необходимо относить их к одной и той же величине освещенности, что и достигается путем деления на косинус угла падения. Далее, величина элементарной интенсивности направленной компоненты пропорциональна площади элемента поверхности $2\pi r dl = = 2\pi \cos \gamma dl$. Знак минус поставлен потому, что количество дифрагированного в требуемом направлении света тем меньше, чем больше l , величина которой отсчитывается от вершины конуса. И наконец, как мера дифрагирующей площади в знаменателе стоит квадрат длины волны [3].

Интегрирование уравнения (9) позволяет получить выражение для интенсивности направленной компоненты, проходящей через одну элементарную ячейку шероховатой поверхности

$$I = \tau I_0 e^{-\frac{\pi l^2 \cos \gamma}{\lambda^2 \cos^2 \gamma}} \quad (10)$$

Для получения интенсивности направленной компоненты, прошедшей через всю поверхность, следует просуммировать полученное выражение по всей поверхности. Но этой операции можно избежать, если величины, входящие в (10), рассматривать как средние, при этом средний экспоненциальный множитель можно аппроксимировать таким же множителем с эффективным значением величин, входящих в показатель степени — $(l^2 \cos \gamma)_{\text{эф.}}$.

Полученное выражение совпадает по форме с (1), значит показатель степени в этом уравнении представляет собой отношение площади, с которой исходят дифрагированные в направлении падающего пучка лучи, к элементарной площади, мерой которой является квадрат длины волны.

По экспериментальным результатам можно найти значения показателя степени и, пользуясь выражением (10), определить величину l и связанную с нею величину h' . При расчете h' для угла γ принято значение 15° . В табл. 1 приведены средние значения этих величин для образцов поверхности М-3 и М-7.

Таблица 1

Длина волны, мкм	М-3				М-7			
	$\frac{\pi l^2 \cos \gamma}{\lambda^2}$	l	h'	h	$\frac{\pi l^2 \cos \gamma}{\lambda^2}$	l	h'	h
0.45	4.78	0.555	0.139	1.12	5.40	0.588	0.147	1.32
0.50	3.90	0.557	0.139		4.40	0.593	0.148	
0.55	3.28	0.564	0.141		3.71	0.595	0.149	
0.630	2.77	0.593	0.148		3.01	0.620	0.155	

В пятом и девятом столбцах таблицы приведены средние высоты микронеровностей поверхности, определенные по методу, изложенному в работе [4]. Обращает внимание следующее: 1) величина h' значительно меньше величины h , 2) величина l для разных длин волн меняется мало и площадь ячейки, дифрагирующая свет, практически одна и та же для разных длин волн.

По приведенным значениям h и h' легко подсчитать отношение площади ячейки, дифрагирующей свет в направлении падающего пучка, ко всей площади ячейки. Она составляет у поверхности М-3 около 0.016, а у поверхности М-7 около 0.013. Таким образом, не все равноудаленные от гладкой поверхности точки участвуют в создании направленной компоненты, а только те, для которых выполняется условие первое. Точки, для которых это условие не выполняется, являются источниками диффузного фона.

При увеличении шероховатостей доля поверхности, участвующая в создании направленной компоненты, должна уменьшаться. Так, относительная интенсивность направленной компоненты для $\lambda=0.630$ мкм у поверхности М-14 ($h=1.89$ мкм) составляет $1.81 \cdot 10^{-3}$, а у поверхности

М-20 ($h=2.58$ мкм) должна быть около $14 \cdot 10^{-6}$. Последняя величина совершенно неотличима от диффузного фона. Из сказанного становится понятным, почему для излучений видимого спектра у поверхностей, обработанных абразивами М-20, М-28, № 180, в области углов падения $0-50^\circ$ направленная компонента (нисходящая ветвь) отсутствует.

Найденная закономерность позволяет оценить соотношения размеров шероховатости и длины волны света для случая, когда шероховатая поверхность ведет себя как полированная с коэффициентом пропускания, равным 0.99. Для $\lambda=0.5$ мкм расчет дает величину $l=28$ нм или при $\gamma=15^\circ$ $h=7$ нм, составляющую примерно 0.014λ . Если сравнить полученную высоту шероховатости со значением, которое можно рассчитать по отраженному свету [5], то для коэффициента отражения, равного 0.99, эта величина примерно в два раза больше — около 15 нм.

Перейдем теперь к рассмотрению направленной компоненты восходящей ветви. Особенностью ее является то, что интенсивность принимает измеримые значения только в области углов падения $50-60^\circ$ и далее растет по закону, выраженному уравнением (2). Рассматривая точки на соседних гранях как источники колебаний и комбинируя попарно колебания, источниками которых являются точки, расположенные на разных расстояниях от плоскости OO , можно любой паре элементарных колебаний найти другую пару с результирующей фазой противоположного знака. Таким образом, суммы членов, для которых $i \neq k$, должны быть равны нулю. Это справедливо, пока свет проходит через обе грани ячейки. Когда же угол падения света на одну из граней достигнет предельного значения, то в действительности останется только одна грань и условие (5) выполняться не будет.¹ Теперь интерференция будет происходить только между колебаниями с разностью фаз, отличной от нуля. Мы предполагаем, что направленная компонента восходящей ветви формируется из колебаний со случайным распределением разности фаз.

Элонгацию суммы двух произвольных колебаний можно записать так:

$$S = a \cos \left[\frac{2\pi n h \cos i}{\lambda} \right],$$

где n — показатель преломления стекла, $h=h_2-h_1$ — разность высот точек, источников интерферирующих колебаний, $h \cos i$ — проекция разности высот на направление луча. Будем считать, что распределение разности фаз подчиняется нормальному закону, тогда относительная интенсивность направленной компоненты восходящей ветви ($I/\tau I_0$) может быть выражена через интеграл от произведения функции распределения разности фаз интерферирующих колебаний на величину $\cos \left[\frac{2\pi n h \cos i}{\lambda} \right]$

$$\frac{I}{\tau I_0} = \frac{1}{\sigma \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}} \cos \left[\frac{2\pi n h \cos i}{\lambda} \right] dh = e^{-\frac{2\pi^2 n^2 \sigma^2 \cos^2 i}{\lambda^2}}. \quad (11)$$

Сопоставляя уравнения (2) и (11), находим, что $l^2 = 2\pi^2 n^2 h^2 / \lambda^2$. Мы считаем, что $\sigma=h$ есть среднеквадратическая разность высот точек поверхности, являющихся источниками интерферирующих колебаний.

Если отложить экспериментальные значения $\ln(I/\tau I_0)$ по оси ординат, а $\cos^2 i$ по оси абсцисс, то продолжение прямой $\ln(I/\tau I_0) = f(\cos^2 i)$ пересекает ось ординат в некоторой точке, соответствующей значению направленной компоненты при угле падения почти равном 90° . Обозначим это значение через $\ln I_{90^\circ}$, тогда зависимость, выраженную уравнением (2), можно записать так

$$\ln I - \ln I_{90^\circ} = - \frac{2\pi^2 n^2 h^2 \cos^2 i}{\lambda^2}. \quad (12)$$

¹ Для разных ячеек полное внутреннее отражение наступает при разных углах падения, так как углы наклона граней распределены примерно в пределах 25° [6]. Этим можно объяснить некоторую размытость минимума на кривых рис. 1.

Таблица 2

Длина волны, мкм	Углы падения, градусы	h , мкм		
		М-7	М-28	N 180
0.45	65	0.225	0.199	0.213
	70	0.225	0.198	0.214
	75	0.225	0.196	0.211
0.55	65	0.264	0.238	0.257
	70	0.262	0.240	0.257
	75	0.263	0.230	0.250
0.630	65	—	0.307	0.368
	70	—	0.318	0.365
	75	—	0.321	0.377

Подставляя в это уравнение экспериментальные значения входящих в него величин, можем найти значения h . В табл. 2 приведены эти значения.

Из табл. 2 видно, что значения h для приведенных длин волн разные, но, что особенно интересно, они практически одинаковы для разных образцов и одной и той же длины волны. Этот факт существенно отличает величину h от величины h' , приведенной в табл. 1. По смыслу направленной компоненты, являющейся носителем изображения источника, образующие ее колебания не могут иметь разность хода, большую $\lambda/2$. Результаты эксперимента, приведенные в табл. 2, хорошо согласуются с этим требованием: значения h лежат в пределах $0 < h \leq \lambda/2$.

Таким образом, при прохождении света через шероховатую поверхность при подходящих условиях происходит его разделение на регулярную и нерегулярную части. Формирование регулярной составляющей связано с явлением дифракции на шероховатостях и последующей интерференцией дифрагированных лучей. При этом, как удалось показать, при падении света под углами $0-50^\circ$ регулярная составляющая формируется преимущественно из лучей с разностью хода, равной нулю, а в области углов, больших 60° , преимущественно из лучей с разностью хода, меньшей $\lambda/2$, т. е. первой зоной Френеля.

Литература

- [1] А. С. Топорец, О. К. Таганов. Опт. и спектр., 32, 582, 1972.
- [2] Г. С. Горелик. Колебания и волны, 392, ГИТТЛ, М.—Л., 1950.
- [3] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики, 408. Изд. «Наука». М., 1971.
- [4] А. С. Топорец. Опт.-механ. пром., № 6, 60, 1969.
- [5] А. С. Топорец. Опт. и спектр., 16, 102, 1964.
- [6] Н. И. Поляков. Опт.-механ. пром., № 12, 1940.

Поступило в Редакцию 30 ноября 1971 г.