Д. С. Вазовиков
(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

ПОСТРОЕНИЕ ПОЛУПРЯМЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ НА ОСНОВЕ МАТРИЧНОЙ ЗАПИСИ

В современной теории конечных групп необходимы примеры, подтверждающие или опровергающие те или иные гипотезы, возникающие при проведении исследований. Известны следующие способы построения новых групп: прямые и полупрямые произведения; центральные произведения; произведения с объединенной фактор-группой; сплетения; расширения групп; модули групп.

Но для их применения необходим некоторый запас уже известных групп. Наиболее простейшими примерами групп являются группы малых порядков.

Группа, порожденная двумя элементами порядка 2, называется диэдральной [1, с. 92]. В матричном виде над полем любой характеристики диэдральная группа порядка 8 записывается так:

$$D=\left\langle \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Полупрямое произведение $G=[E_{p^2}]D$ элементарной абелевой группы E_{p^2} порядка p^2 с группой D строится следующим образом. Группа E_{p^2} записывается как аддитивная группа векторного пространства $V(2,p)$ размерности 2 над полем из p элементов, а элементы матричной группы D становятся линейными преобразованиями пространства $V(2, p)$. Это позволяет вычислять подгруппы группы $G = [E_{p^2}]D$ и определять их строение. Например, для $p = 3$ максимальная подгруппа в группе G сопряжена с группой D, либо изоморфна подгруппе $M = [E_{9_1}]H$, где H – максимальная группа из D. Аналогичное описание получается для $p = 5$, $p = 7$ и т.д.

Литература

1 Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск: Вышэйшая школа, 2006. – 207 с.