

ФАКТОРИЗАЦИИ ХОЛЛА КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Рассматриваются только конечные группы. Согласно классическому результату Ф. Холла группа G является разрешимой тогда и только тогда, когда G можно представить в произведение своих попарно перестановочных силовских подгрупп.

Определение 1. Пусть F – наследственный класс групп, t – натуральное число. Класс F называется H_t -замкнутым, если F содержит всякую группу $G = G_1 G_2 \cdots G_n$, являющуюся произведением своих попарно перестановочных силовских подгрупп $G_1, G_2, \dots, G_n$, и произведение $G_{i_1} G_{i_2} \cdots G_{i_t}$ принадлежит F для любого набора индексов $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \cdots \leq i_t \leq n$. По определению пустая формация H_t -замкнута для любого натурального числа t .

Отметим, если класс F является H_t -замкнутым, то F также H_k -замкнут для всех $k \geq t$.

Теорема 1. Пусть t – натуральное число, $t \geq 2$, F – разрешимая наследственная локальная формация и F – ее максимальный внутренний экран. Тогда и только тогда F является H_t -замкнутой локальной формацией, когда $F(p)$ – H_t -замкнутая, а $F(p) \cap S_p$ – H_{t-1} -замкнутая формации для любого простого p .

Применяя эту теорему, можно получать новые признаки принадлежности группы различным конкретным формациям.

Следствие 1. Пусть группа $G = G_1 G_2 \cdots G_n$ – произведение своих попарно перестановочных силовских подгрупп $G_1, G_2, \dots, G_n$ и подгруппа $G_{i_1} G_{i_2} G_{i_3}$ имеет нильпотентный коммутант для $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq i_3 \leq n$. Тогда G имеет нильпотентный коммутант.

В работе [1] было введено и изучено понятие *расширенно сверхразрешимой* группы.

Следствие 2. Пусть группа $G = G_1 G_2 \cdots G_n$ – произведение своих попарно перестановочных силовских подгрупп $G_1, G_2, \dots, G_n$ и подгруппа $G_{i_1}G_{i_2}$ является *расширенно сверхразрешимой* для $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq n$. Тогда G *расширенно сверхразрешима*.

Литература

- 1 Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сиб. мат. журн. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.