

Н. Ю. Казлоўская, Я. А. Роўба
(ГрДУ імя Я.Купалы, Гродна)

АБ НАБЛІЖЭННІ ФУНКЦЫІ $|\sin x|$ РАЦЫЯНАЛЬНЫМІ АПЕРАТАРАМІ ФЕЕРА

Рацыянальныя набліжэнні функцыі $|\sin x|$ вивучаліся ў рабоце [1], у якой паказана, што раўнамернае набліжэнне функцыі $|\sin x|$ частковымі сумами рацыянальных шэрагаў Фур'е істотна лепшае за палінаміальнае ў сэнсе парадку. У дадзенай рабоце даследуюцца набліжэнні функцыі $|\sin x|$ рацыянальнымі апэратарамі Феера.

Няхай $\alpha_k, k=1,2,\dots,2n$ – рэчаісныя лікі, якія задавальняюць наступным умовам: $\alpha_0 = 0, \alpha_{2n-k+1} = -\alpha_k, 0 \leq \alpha_k < 1, k=1,\dots,n$. Для адвольнай функцыі $f \in C_{2\pi}$ вызначым апэратар Феера

$$\Phi_{2n}(x, f) = \left(\int_{-\pi}^{\pi} f(t) D_{2n}^2(t, x) dt \right) / \left(\int_{-\pi}^{\pi} D_{2n}^2(t, x) dt \right),$$

$$D_{2n}(t, x) = \left(\sin \int_x^t \lambda_{2n}(u) du \right) / \left(\sin \frac{x-t}{2} \right),$$

$$\lambda_{2n}(u) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \frac{1 - \alpha_k^4}{(1 + \alpha_k^2)^2 - 4\alpha_k^2 \cos^2 u}.$$

Увядзем абазначэнне $\varepsilon_{2n}(\alpha, x) = |\sin x| - \Phi_{2n}(x, |\sin x|), x \in \mathbb{R}$.

Тэарэма. Няхай зададзеныя лікі $\alpha_k, \alpha_k \in [0, 1), k=1, 2, \dots$, такія, што шэраг $\sum_{k=1}^{+\infty} (1 - |\alpha_k|)$ разбягаецца. Тады праўдзіцца судачыненне

$$\varepsilon_{2n}(\alpha, x) = \frac{4}{\pi \lambda_{2n}(x)} \left(1 + \cos x \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| \right) + o \left(\frac{1}{\lambda_{2n}(x)} \right), \quad n \rightarrow \infty, \quad x \in (-\pi, 0) \cup (0, \pi).$$

Калі $x=0$ ці $x=\pi$, то праўдзіцца наступныя няроўнасці

$$\frac{4 \ln \lambda_{2n}(\pi/2)}{\pi \lambda_{2n}(0)} < \varepsilon_{2n}(\alpha, x) < \frac{4(1 + \ln(\pi \lambda_{2n}(0)))}{\lambda_{2n}(0)}.$$

Літаратура

1 Ровба, Е. А. О приближении функции $|\sin x|$ рациональными рядами Фурье / Е. А. Ровба // Мат. заметки. – 1989. – Т. 46. – С. 52–59.