

Е. В. Кузьмина, Е. В. Грицук
(БрГУ им. А. С. Пушкина, Брест)

РЕЗОНАНСНЫЙ МНОГОЧЛЕН УРАВНЕНИЙ ОБОБЩЕННОЙ ИЕРАРХИИ УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

Обобщенную иерархию уравнения Риккати можно записать в виде

$$D_R^n w = 0, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где оператор D_R имеет вид

$$D_R = \frac{d}{dz} + \gamma w, \gamma \in \mathbb{Z}, \quad (2)$$

Получаем:

при $n = 1$ $w' + \gamma w^2 = 0,$ (3)

при $n = 2$

$$w'' + \gamma^2 w^3 + 3\gamma w w' = 0, \quad (4)$$

при $n = 3$

$$w''' + \gamma^3 w^4 + 6\gamma^2 w^2 w' + 4\gamma w w'' + 3\gamma w'^2 = 0, \quad (5)$$

при $n = 4$

$$w^{(4)} + \gamma^4 w^5 + 10\gamma^3 w^3 w' + 10\gamma^2 w^2 w'' + 15\gamma^2 w w'^2 + 5\gamma w w''' + 10\gamma w' w'' = 0. \quad (6)$$

Можно получить рекуррентное соотношение на резонансный многочлен [2] уравнений обобщенной иерархии уравнения Риккати и доказать теорему.

Теорема. Резонансный многочлен уравнений обобщенной иерархии уравнения Риккати имеет вид

$$R_n(c_0, r) = \prod_{j=0}^{m-1} (r + j + 1) \prod_{s=0}^{n-m-1} (r - s - 1). \quad (7)$$

Материалы XX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 20–22 марта 2017 г.

Доказательство. В зависимости от c_0 , можно убедиться, например, с помощью пакета символьных вычислений, что рекуррентному соотношению удовлетворяет многочлен (7). Так как, при фиксированном c_0 , резонансный многочлен дифференциального уравнения единственный, то указанный и есть искомый.

Литература

- 1 Голубев, В. В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений / В. В. Голубев. – М. – Л.: ГИТТЛ, 1950. – 436 с.
- 2 Абловиц, М. Солитоны и метод обратной задачи / М. Абловиц, Х. Сигур. – М.: Мир, 1987. – 478 с.