Д. Ю. Синиченко
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ОБ ИНТЕГРАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЯХ НА ПОЛУОСИ

В работе рассматривается оператор вида

$$(Ax)(s) = \int_0^\infty \frac{x(s-t)-x(s)}{t^\alpha} k(t)dt.$$

Определение. Функция $I(p) = \int_0^\infty \frac{k(t)}{t^\alpha}(e^{-pt}-1)dt$, если интеграл существует, называется символом интегрального оператора $A(t \geq 0)$.

Теорема 1. Пусть функция $\frac{k(t)}{t^\alpha}$ интегрируема на **R**+ и существует символ интегрального оператора A, $I(p) \neq 0$ и $t \geq 0$.

Тогда для любой функции *f* из $L^1(R_+)$ уравнение

$$\int_0^\infty \frac{x(s-t)-x(s)}{t^\alpha} k(t)dt = f(s)$$

имеет в пространстве $L^1(R_+)$ единственное решение

$$x(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_0^\infty \frac{F(p)}{I(p)} e^{pt} dp \cdot$$

Теорема 2. Если $k_\alpha(t) := \frac{k(t)}{t^\alpha} \in L^1(R_+)$, а $t \geq 0$, то оператор A ограничен в пространстве Гёльдера $Lip_\alpha(R_+)$, и его норма удовлетворяет неравенству $\|A\| \leq (\int_0^\infty |k(t)|dt + 2\int_0^\infty \frac{|k(t)|}{t^\alpha}dt)\|x\|$.