

А. Ю. Добшиков, А. В. Лубочкин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ПЕРЕВОД МОДЕЛИ МАЯТНИКА С ДВУМЯ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ В НЕУСТОЙЧИВОЕ ПОЛОЖЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ С МИНИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИЕЙ

Рассматривается задача перевода ограниченными управлениями нелинейной системы

$$\ddot{x} - \sin x + u \cos x = 0 \quad (1)$$

за время θ из начального состояния $(x(0), \dot{x}(0)) = z(0) = z_0 = (x_{10}, x_{20})$ в верхнее неустойчивое положение равновесия $(x(\theta), \dot{x}(\theta)) = (\pi, 0)$ с минимальными затратами энергии. Система (1) моделирует маятник, управляемый горизонтальными перемещениями точки подвеса.

Для решения поставленной задачи используется оптимальное управление следующей кусочно-линейно-квадратичной задачи (в [1] использовалась кусочно-линейно-негладкая задача):

$$V_{\theta}(z(0)) = \min \int_0^{\theta} u^2(t) dt, \quad \ddot{x} - a(x) + b(x)u = 0, \quad z(0) = z_0, \\ z(\theta) = (x(\theta), \dot{x}(\theta)) = (\pi, 0), \quad |u(t)| \leq L, \quad t \in [0, \theta], \quad (2)$$

в которой нелинейная система (1) заменена аппроксимацией – в ней нелинейный элемент $\sin x$ заменен кусочно-линейной функцией $a(x)$:

$$a(x) = x, \quad x \in [-\pi/4, \pi/4]; \quad a(x) = (4/\pi - 1)x + \pi/2 - 1, \quad x \in [\pi/4, \pi/2];$$

$$a(x) = (1 - 4/\pi)x + 3 - \pi/2, \quad x \in [\pi/2, 3\pi/4]; \quad a(x) = -x + \pi, \quad x \in [3\pi/4,$$

$$5\pi/4], \text{ а } \cos x \text{ – кусочно-постоянной функцией } b(x): b(x) = 1,$$

$$x \in [-\pi/4, \pi/4]; b(x) = 4/\pi - 1, x \in [\pi/4, \pi/2]; b(x) = 1 - 4/\pi, x \in [\pi/2, 3\pi/4]; b(x) = -1, x \in [3\pi/4, 5\pi/4],$$

θ и L – параметры метода. Минимум в задаче (2) берется не только по управлению, но и по моментам времени переключения аппроксимаций с одного участка на другой.

Алгоритм построения, описанного выше управления, программно реализован на языке С. Просчитаны тестовые примеры, в которых использовались разные параметры задачи оптимального управления. При этом построенное управление подавалось на вход, как аппроксимации системы, так и исходной нелинейной системы.

Литература

1 Габасов, Р. Стабилизация в большом перевернутого маятника / Р. Габасов [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 1. – С. 17-23.