к уменьшению сигнала МЦДЛ, т. е. повышению спиновой температуры в $^4\Gamma_8$-состоянии. На записи, проведенной при π-возбуждении 3650 Å линией ртути в пределах экспериментальной ошибки, провалов заметить не удалось, что, очевидно, связано с высокой спиновой температурой в $^4\Gamma_8$-состоянии.

Проявление ЭПР основного состояния в электронно-колебательной люминесценции может быть связано со спиновой памятью либо с изменением спиновой температуры из-за влияния перепоглощения на эффективное время жизни отдельных зеемановских компонент $^4\Gamma_8$-состояния. В последнем случае ЭПР основного состояния проявлялся бы независимо от спиновой температуры $^4\Gamma_8$-состояния. Наблюдаемый эффект не может быть связан с кросс-релаксацией между ионами в основном и возбужденном состояниях, так как сильная зависимость спиновой температуры $^4\Gamma_8$-состояния от способа возбуждения указывает на отсутствие такой кросс-релаксации в системе.

Подобным путем, по МЦДЛ колебательной полосы люминесценции λ=4200 Å были получены резонансные спектры ЭПР и для других ориентаций кристалла в магнитном поле. Зарегистрированные спектры в основном совпали со спектрами ЭПР $^8S_{7/2}$-состояния, полученными по резонансной линии 4130 Å [1], кроме заметного различия в отношении интенсивностей запрещенных и разрешенных переходов ЭПР. Последнее, очевидно, связано с различием между механизмом спиновой памяти и механизмом резонансного перепоглощения, ответственного за проявление ЭПР основного состояния в случае [1].

На основании полученных результатов можно считать установленным, что, несмотря на то что заселение $^4\Gamma_8$-состояния осуществляется возбуждением в высоко лежащие состояния с последующей безызлучательной релаксацией, распределение населенностей в $^4\Gamma_8$-состоянии связано с распределением населенностей в $^8S_{7/2}$-состоянии и правилами отбора для возбуждающего света, т. е. с явлением спиновой памяти. Остается не ясным противоречие с данными работы [3] по времени T_1 спин-решеточной релаксации в состоянии $^4\Gamma_8$.

Литература

[1] А. В. Комаров, С. М. Рябченко. Опт. и спектр., *35*, 1973.
[2] Б. П. Захарченя, А. Я. Рыскин, Ю. А. Степанов. Письма в ЖЭТФ, *10*, 517, 1969.
[3] L. L. Chase. Phys. Rev., *B2*, 2308, 1970.
[4] М. В. Еремин, Б. П. Захарченя, А. Я. Рыскин, Ю. А. Степанов. ФТТ, *13*, 1128, 1971.
[5] Б. П. Захарченя, И. Б. Русанов, А. Я. Рыскин. Опт. и спектр., *18*, 999, 1965.
[6] А. В. Комаров, С. М. Рябченко. ПТЭ, *4*, 201, 1971.

Поступило в Редакцию 5 июля 1972 г.

УДК 535.375

К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА—БРИЛЛЮЭНА

В. Ф. Бойцов и *С. Г. Слюсарев*

1. Приводятся результаты расчетов свойств оптического параметрического усилителя. Усилитель состоит из трех квантовых полевых мод M_j, выделенных резонатором, две из которых M_1 и M_3 обладают потерями, и классической монохроматической моды накачки M_ω с постоянной амплитудой. Условия временного синхронизма, которые предполагаются выполненными достаточно точно, имеют вид $\omega=\omega_1+\omega_3=\omega_2-\omega_3$.

Примерами параметрического усиления могут служить частотное расщепление интенсивных световых пучков в нелинейных диэлектрических средах, а также вынужденное рассеяние Рамана—Ландсберга и Мандельштама—Бриллюэна.

2. Модель усилителя основана на теории Луиселла, Ярива и Зигмана [1] и рассмотрена в ряде работ [2, 3]. Потери в модах M_1 и M_3 вводятся квантовомеханически с помощью процедуры, предложенной в [4]: возбужденные моды затухают в результате связи их с континуумом «резервуарных» осцилляторов, которые включены в гамильтониан системы. Сам гамильтониан при этом описывает замкнутую систему и таким образом остается эрмитовым. Квантовомеханическое рассмотрение процесса параметрического усиления дает возможность описать эволюцию системы при различных начальных условиях, определить для каждой моды среднее число фотонов и их дисперсию в зависимости от времени, вычислить статистику фотонов и т. д. [2].

Новым по сравнению с работами [3] в данном сообщении является включение в модель усилителя моды M_2, которая связана с модой M_3 полем накачки через нелинейность среды. При определенных условиях (11) появление моды M_2 приводит к новому эффекту: частоты ω_j мод M_j расщепляются. Величины частотных расщеплений могут достигать значений в несколько гигогерц, поэтому в спектре мощности усилителя должны наблюдаться «биения» в области радиодиапазона. Учет затухания в моде M_2 принципиально не меняет результатов работы, но расчеты становятся более громоздкими.

3. Гамильтониан системы в гайзенберговской картине будет

$$
\left.
\begin{aligned}
&H(t) = H_0(t) + H_{NL}(t) + H_L(t),\\
&H_0(t) = \sum_{j=1}^{3} \hbar\omega_j a_j^+(t)\, a_j(t) + \sum_{\lambda} \hbar\omega_\lambda \sum_{m=1}^{m_\lambda} b_{m\lambda}^+(t)\, b_{m\lambda}(t) + \sum_{S} \hbar\omega_S \sum_{n=1}^{n_S} b_{nS}^+(t)\, b_{nS}(t),\\
&H_{NL}(t) = \hbar\,\{\sigma_{13} e^{i\omega t} a_1^+(t)\, a_3^+(t) + \sigma_{23} e^{-i\omega t} a_2^+(t)\, a_3(t) + \text{э. с.}\},\\
&H_L(t) = i\hbar \left\{ \sum_{\lambda} \gamma_\lambda \sum_{m=1}^{m_\lambda} [a_3(t)\, b_{m\lambda}^+(t) - a_3^+(t)\, b_{m\lambda}(t)] + \right.\\
&\qquad \left. + \sum_{S} \gamma_S \sum_{n=1}^{n_S} \left[a_1(t)\, b_{nS}^+(t) - a_1^+(t)\, b_{nS}(t)\right] \right\}.
\end{aligned}
\right\} \quad (1)
$$

Здесь $H_0(t)$ — свободный гамильтониан мод M_j и мод двух «резервуаров». $H_{NL}(t)$ описывает параметрическое взаимодействие мод $M_1 - M_3$ и $M_2 - M_3$, вызванное полем накачки, причем $\sigma_{jk} = -E_\omega \chi_{jk} \sqrt{\omega_j \omega_k}$, E_ω — амплитуда поля накачки, χ_{jk} — нелинейный коэффициент взаимодействия мод [1, 2]. Наконец, член $H_L(t)$ дает связь мод M_1 и M_3, характеризуемую коэффициентами γ, с «резервуарными» модами. Операторы уничтожения $a_j(t)$, $b_{m\lambda}(t)$, $b_{nS}(t)$ и рождения $a_j^+(t)$, $b_{m\lambda}^+(t)$ $b_{nS}^+(t)$ описывают динамическое развитие мод M_j усилителя и осцилляторов «резервуаров». Эти операторы подчиняются обычным бозонным коммутационным соотношениям. Уравнения движения операторов имеют вид

$$
i\hbar \frac{da_j(t)}{dt} = [a_j(t),\ H(t)], \quad (2)
$$

аналогичные уравнения имеют место для операторов, характеризующих «резервуары».

4. Решение этой системы операторных уравнений ищем методом, аналогичным тому, который применяется в работах [4]. Опуская расчеты, приведем решение для оператора $a_1^+(t)$

$$
\begin{aligned}
a_1^+(t) = e^{i\omega_1 t} \sum_{j=1}^{3} \{ &C_{j1}(t)\,[a_1^+(0) - l_1^+(0;\ p_j)] + C_{j2}(t)\, a_2(0) + \\
&+ C_{j3}(t)\,[a_3(0) - l_3(0;\ p_j)]\},
\end{aligned} \quad (3)
$$

$$
C_{j1}(t) = \frac{p_j(p_j + \mu_3) + \sigma_{23}^2}{\delta(p_j)}\, e^{p_j t}, \quad C_{j2}(t) = \sigma_{13}\sigma_{23} \frac{e^{p_j t}}{\delta'(p_j)}, \quad C_{j3}(t) = i\sigma_{13} \frac{p_j e^{p_j t}}{\delta'(p_j)}, \quad (4)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
l_1^+(0;\ p) &\equiv \sum_{S} \frac{\gamma_s}{p^* - i(\omega_s - \omega_1)} \sum_{n=1}^{n_S} b_{nS}^+(0),\\
l_3(0;\ p) &\equiv \sum_{\lambda} \frac{\gamma_\lambda}{p + i(\omega_\lambda - \omega_3)} \sum_{m=1}^{m_\lambda} b_{m\lambda}(0).
\end{aligned}
\right\} \quad (5)
$$

В равенствах (4) $\delta'(p)$ есть производная по p от полинома

$$
\delta(p) = p^3 + (\mu_1 + \mu_3)\, p^2 + [\sigma_{23}^2 - \sigma_{13}^2 + \mu_1\mu_3]\, p + \sigma_{23}^2\mu_1, \quad (6)
$$

взятая в точках p_j, которые являются его корнями, а μ_1 и μ_3 — вещественные положительные числа, которые определяются следующим образом:

$$
\left.
\begin{aligned}
\mu_1 &\equiv \sum_{S} \frac{\gamma_s^2 n_S}{p^* - i(\omega_S - \omega_1)} \to \int \frac{\gamma_1^2(\omega)\, n(\omega)}{[p^* - i(\omega - \omega_1)]} \frac{d\omega}{\pi} \underset{|p| \ll \omega_1}{=} \gamma_1^2(\omega_1)\, n(\omega_1),\\
\mu_3 &\equiv \sum_{\lambda} \frac{\gamma_\lambda^2 m_\lambda}{p + i(\omega_\lambda - \omega_3)} \to \int \frac{\gamma_2^2(\omega)\, m(\omega)}{[p + i(\omega - \omega_3)]} \frac{d\omega}{\pi} \underset{|p| \ll \omega_3}{=} \gamma_2^2(\omega_3)\, m(\omega_3).
\end{aligned}
\right\} \quad (7)
$$

Наиболее полная информация о статистических свойствах квантовой системы содержится в зависящем от времени операторе плотности системы. В квантовой оптике его удобно выражать через P-представление [5]. Свойства одной моды определяет редуцированный оператор плотности $\rho_j(t)$ или его P_j-представление для этой моды. Построение P-представления основывается на решении (3)—(7) операторных уравнений (2) и производится методом, который развит в работах [2].

Пусть система в начальный момент времени находится в невозбужденном состоянии, тогда P-представление для моды M_1 имеет вид гауссовской функции относительно модуля комплексной амплитуды α, которая является параметром распределения,

$$P_1(\alpha, t) = \frac{1}{\pi\sigma(t)} \exp\left[-\frac{|\alpha|^2}{\sigma(t)}\right], \tag{8}$$

где $\sigma(t)$ — дисперсия числа фотонов в моде M_1. Из вида функции квазивероятности $P_1(\alpha, t)$ тотчас следует, что дисперсия числа фотонов $\sigma(t)$ равна среднему числу фотонов $n(t)$

$$n(t) = \sigma(t) = \mathrm{Spur}\,\{\rho_1(0)\, a_1^\dagger(t)\, a_1(t)\} = \left|\sum_{j=1}^{3} C_{j2}(t)\right|^2 + \left|\sum_{j=1}^{3} C_{j3}(t)\right|^2 + \sum_\lambda |I_{1\lambda}|^2, \tag{9}$$

причем $I_{1\lambda}$ выражается следующим образом:

$$I_{1\lambda} = \gamma_\lambda \sum_{j=1}^{3} \frac{C_{j3}(t)}{p_j + i(\omega_\lambda - \omega_3)}. \tag{10}$$

Статистика фотонов, т. е. вероятность $p_j(n, t)$ найти n квантов в моде M_1 в момент времени t, которая получается из функции (8) (см. [2]), определяется формулой Планка—Паскаля

$$p_1(n, t) = \frac{1}{1 + n(t)} \left(\frac{n(t)}{1 + n(t)}\right)^n,$$

где $n(t)$ — среднее число фотонов, определяемое формулой (9). При тепловом возбуждении мод $P_1(\alpha, t)$ имеет также гауссовскую форму вида (8). Наконец, если первоначально система имела когерентно возбужденные моды, то функция $P_1(\alpha, t)$ будет иметь гауссовскую форму со сдвинутым центром.

6. Как видно из формул (4), (9), (10), зависимость среднего числа фотонов от времени определяется видом корней p_j полинома $\delta(p)$, значения которых зависят от знака дискриминанта $D = q^2 + r^3$ уравнения $\delta(p) = 0$, где q и r имеют вид

$$q = -\frac{(\mu_1 + \mu_3)}{6}\left[3r + \frac{(\mu_1 + \mu_3)^2}{9} - 3\sigma_{23}^2 \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_3}\right];$$

$$r = \frac{3(\sigma_{23}^2 - \sigma_{13}^2) - (\mu_1 - \mu_3)^2 - \mu_1\mu_3}{9}.$$

Если $D < 0$, то p_j вещественны, что приводит, как видно из формул (4), (9), к экспоненциальному изменению во времени среднего числа фотонов $n(t)$ в моде M_1.

Наибольший интерес представляет случай $D > 0$. Тогда один из корней p_j, например p_1, является вещественным, а два других комплексные, причем $p_2 = p_3^*$, и кривая экспоненциального изменения $n(t)$ промодулирована частотами Ω и 2Ω, где $\Omega = |\mathrm{Im}(p_2)|$. Условие $D > 0$ приводит к неравенствам, связывающим σ_{23}^2, σ_{13}^2 и μ_1, μ_3. В частности, при выполнении условия $(\mu_1 + \mu_3)^2/9 < 3\sigma_{23}^2\mu_1/(\mu_1 + \mu_3)$ это неравенство имеет вид

$$\sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2 < \frac{5}{12}(\mu_1 + \mu_3)^2 + \mu_1\mu_3. \tag{11}$$

В качестве примера оценим значение Ω для кристалла ниобата лития, у которого $\chi \approx 3.6 \cdot 10^{-8}$ СГСЕ [6]. При напряженности поля накачки $E_\omega \approx 10^4$ СГСЕ на частотах $\omega_1/2\pi \approx \omega_2/2\pi \approx 10^{14}$ гц и $\omega_3/2\pi \approx 10^{10}$ гц и $\mu_1 \approx \mu_3 \approx 10^8$ сек.$^{-1}$, $\Omega \approx 10^9$ гц.

Литература

[1] W. H. Louisell, A. Yariv, A. E. Siegman. Phys. Rev., *124*, 1646, 1961.

[2] B. R. Mollow, R. J. Glauber. Phys. Rev., *160*, 1076, 1967; *160*, 1097, 1967; T. Von Foerster, R. J. Glauber. Phys. Rev., *A3*, 1484, 1971; В. Ф. Бойцов, С. Г. Слюсарев. Вестн. ЛГУ, № 22, вып. 4, 35, 1971; № 4, вып. 1, 37, 1972.

[3] M. T. Raiford. Phys. Rev., *A2*, 1541, 1970; P. N. Keating. Phys. Rev., *A3*, 180, 1971.

[4] A. E. Glassgold, D. Holliday. Phys. Rev., *139A*, 1717, 1965; H. R. Robl. Phys. Rev., *165*, 1426, 1968.
[5] Р. Глаубер. Сб. «Квантовая оптика и квантовая радиофизика». Изд. «Мир», М., 1966; Д. Клаудер, Э. Сударшан. Основы квантовой оптики. Изд. «Мир», М., 1970.
[6] Н. Бломберген. Нелинейная оптика. Изд. «Мир», М., 1966.

Поступило в Редакцию 14 июля 1972 г.

УДК 537.52

К БАЛАНСУ ЗАСЕЛЕННОСТИ ДОЛГОЖИВУЩИХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

А. Е. Айзенцон

Рассмотрим уровни возбуждения, заселенность которых определяется только диффузией и столкновениями возбужденных атомов. Тем самым предполагается, что спонтанные переходы с этих уровней на нижележащие либо запрещены, либо возникающее при таких переходах излучение заперто. Примером могут служить блоки $2p^5 3s$ в Ne или $3p^5 4s$ в Ar при средних давлениях. При определении относительной важности различных процессов, происходящих с участием этих уровней [1], необходимо знать сечения процессов. Эти сечения находят, как правило, путем измерений заселенности уровней в стадии деионизации [2]. Здесь, однако, возникают те же трудности, что и при изучении баланса заряженных частиц в распадающейся плазме. Они состоят в том, что на временные зависимости оказывает влияние предыстория пространственного распределения, которая в свою очередь зависит от относительной роли самих изучаемых процессов. В свете этого представляется более целесообразным исключить изменения во времени и изучать собственно пространственное распределение в стационарном режиме. Это существенно упрощает как процесс измерений, так и анализ полученных результатов. При этом, как и в случае распадающейся плазмы, при анализе какого-либо процесса требуется исключать или учитывать возможное влияние других. Для этого рассмотрим пространственное распределение плотности возбужденных состояний при раздельном действии различных процессов в линейно-неоднородной плазме. Положим, что ступенчатое возбуждение уравновешено обратными переходами за счет спонтанного злучения и ударов второго рода. Тогда (помимо диффузии) следует учитывать только аселение за счет прямого возбуждения и объемной рекомбинации и опустошение за счет тупенчатой ионизации, ударов второго рода и ионизации Пеннинга.

Полагаем, что на границе $z=x/d=0$ плотность электронов $n=n_0$ и заселенность $M=M_0$, а на границе $z=1$ $n=M=0$ (поглощающая поверхность). Кроме того, будем считать, что распределение плотности электронов в области описывается основной модой диффузии $n=n_0(1-z)$ и что все температуры вдоль области постоянны.

При таких условиях, рассматривая соответствующие дифференциальные уравнения, нетрудно найти, что, если помимо диффузии действует только прямое возбуждение, то распределение плотности возбужденных состояний имеет вид

$$y=\eta+\frac{A}{6}(\eta-\eta^3),$$

где $y=M/M_0$, $\eta=1-z$, $A=(\alpha d^2/D_M)(n_0 N^2/M_0)$, N — плотность нейтралов, α и D_M — коэффициенты скорости прямого возбуждения электронами и диффузии, приведенные к единичной плотности.

Если считать, что помимо диффузии имеет место только диссоциативная рекомбинация и что образующиеся в результате ее действия высоковозбужденные состояния в конце концов заселяют рассматриваемые блоки, то в этом случае

$$y=\eta+\frac{B}{12}(\eta-\eta^4),$$

где $B=(\rho d^2/D_M)(n_0^2 N/M_0)$, ρ — коэффициент рекомбинации.

Аналогично для трехтельных тушений нейтральными атомами или ионизации Пеннинга при столкновении с атомами примеси найдем

$$y=\frac{\operatorname{sh}(\sqrt{c}\,\eta)}{\operatorname{sh}\sqrt{c}},$$