

С. В. Балычев, А. Ф. Васильев  
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

## О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ ФАКТОРИЗУЕМЫХ ПОПАРНО ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ РАСШИРЕННО СВЕРХРАЗРЕШИМЫМИ ПОДГРУППАМИ

В настоящей работе рассматриваются только конечные группы.

Изучение групп, представимых в произведение своих подгрупп является классической задачей алгебры.

Напомним, что группа  $G$  есть произведение попарно перестановочных подгрупп  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , если  $G = A_1 \cdot A_2 \cdots A_n$  и  $A_i A_j = A_j A_i$  для всех целых  $i$  и  $j$  с  $1 \leq i, j \leq n$ . Понятно, что для любого выбора индексов  $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_k \leq n$  произведение  $A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}$  будет подгруппой группы  $G$ .

Ф. Холл в 1938 году доказал свою известную теорему о том, что конечная группа разрешима тогда и только тогда, когда она разложима в произведение своих попарно перестановочных силовских  $p$ -подгрупп по разным простым  $p$ .

Б. Хупперт показал, что конечная группа  $G = A_1 \cdot A_2 \cdots A_n$  имеет силовскую башню типа  $\sigma$ , если каждое произведение  $A_i A_j$  имеет силовскую башню типа  $\sigma$ , где  $\sigma$  – некоторое линейное упорядочение

Материалы XX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 20–22 марта 2017 г.

---

множества всех простых чисел, а также, что  $G$  сверхразрешима, если каждое произведение  $A_i A_j A_k$  сверхразрешимо.

Определение[1].

1. Подгруппа  $H$  группы  $G$  называется  $\mathbf{P}$ -субнормальной в  $G$ , если либо  $H = G$ , либо существует цепь подгрупп

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \dots \subset H_{n-1} \subset H_n = G$$

такая, что  $|H_i : H_{i-1}|$  – простое число для любого  $i = 1, \dots, n$ .

2. Группа  $G$  называется расширенно сверхразрешимой, если каждая её силовская подгруппа является  $\mathbf{P}$ -субнормальной в ней.

Теорема. Пусть  $G = A_1 A_2 \dots A_n$ ,  $n \geq 3$  – произведение попарно перестановочных подгрупп  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Если  $A_i A_j A_k$  расширенно сверхразрешима для любого выбора индексов  $1 \leq i, j, k \leq n$ , то  $G$  расширенно сверхразрешима.

## Литература

1 Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов. – Сиб. мат. журн. 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.