О. А. Козлов, А. С. Поздняков, В. М. Селькин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ОДНОЗНАЧНОСТЬ РАЗЛОЖЕНИЯ ОГРАНИЧЕННОЙ НАСЛЕДСТВЕННОЙ РАЗРЕШИМО ω-НАСЫЩЕННОЙ ФОРМАЦИИ НА НЕРАЗЛОЖИМЫЕ МНОЖИТЕЛИ

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Напомним, что формация $\mathfrak{F}$ – это класс групп замкнутый относительно взятия гомоморфных образов, что каждая группа G имеет наименьшую нормальную подгруппу (обозначаемую через $G^{\mathfrak{F}}$), факторгруппа по которой снова принадлежит $\mathfrak{F}$. Эта подгруппа называется $\mathfrak{F}$-корадикалом группы G. Произведением $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}$ называется класс групп $(G \mid G^{\mathfrak{H}} \in \mathfrak{M})$. Следуя [1], мы будем использовать символ $C^p(G)$, чтобы обозначать пересечение всех централизаторов абелевых p-главных факторов конечной группы G (заметим, что $C^p(G)=G$, если G не имеет таких главных факторов). Пусть $\mathfrak{X}$ – множество конечных групп. Тогда используем символ $\mathrm{Com}(\mathfrak{X})$, чтобы обозначить класс всех абелевых простых групп A таких, что $A \simeq H/K$ для некоторого композиционного фактора H/K группы $G \in \mathfrak{X}$. Также пишем, что $\mathrm{Com}(G)$ для множества $\mathrm{Com}(\{G\})$.

Пусть ω – произвольное непустое множество простых чисел. Для любой функции f вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{формации групп}\} \qquad \text{(I)}$$

мы определим, следуя [2],

$$CF_{\omega}(f) = \{G \text{ – конечная группа} \mid G/(R(G) \cap O_{\omega}(G)) \in f(\omega') \text{ и}$$
$$G/C^{p}(G) \in f(p) \text{ для любого простого числа } p \in \omega \cap \pi(\mathrm{Com}(G))\},$$

где подгруппа $R(G)$ обозначает корадикал группы G (т.е. $R(G)$ – максимальная нормальная разрешимая подгруппа группы G) и $\varnothing \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$. Формация $\mathfrak{F}$ называется разрешимо ω-насыщенной, если $\mathfrak{F} = CF_{\omega}(f)$ для некоторой функции f вида (I). В этом случае f называется ω-композиционным спутником формации $\mathfrak{F}$. Для произвольной функции f вида (I), следуя [3], символ $LF_{\omega}(f)$ обозначает класс групп

$$(G \mid G/O_{\omega}(G) \in f(\omega') \text{ и } G/F_{p}(G) \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(G)).$$

Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = LF_{\omega}\langle f \rangle$ для некоторой функции f вида (I), то формация $\mathfrak{F}$ называется ω-насыщенной, а f – ω-локальный V-спутник этой формации. Пересечение всех наследственных разрешимо ω-насыщенных формаций, содержащих некоторую фиксированную группу G, называется однопорожденной наследственной разрешимо ω-насыщенной формацией. Формация $\mathfrak{F}$ называется ограниченной, если формация $\mathfrak{F}$ является подформацией некоторой однопорожденной формации.

Если
$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1 \ldots \mathfrak{F}_t \qquad \text{(II)}$$
произведение формаций $\mathfrak{F}_1, \ldots, \mathfrak{F}_t$ и $\mathfrak{F} \neq \mathfrak{F}_1 \ldots \mathfrak{F}_{i-1}\mathfrak{F}_{i+1} \ldots \mathfrak{F}_t$ для всех $i = 1, \ldots, t$, тогда (II) называется несократимой факторизацией формации $\mathfrak{F}$. Формация $\mathfrak{F}$ называется неразложимой, если она не может быть представлена в виде $\mathfrak{F} = \mathfrak{M}\mathfrak{H}$, где $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}$ являются неединичными формациями.

Теорема. Пусть $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1 \ldots \mathfrak{F}_t$ – произведение неразложимых формаций $\mathfrak{F}_1, \ldots, \mathfrak{F}_t$. Если $\mathfrak{F}$ является ограниченной наследственной разрешимо ω-насыщенной формацией, то все множители такой факторизации формации $\mathfrak{F}$ однозначно определены.

Литература

1 Doerk, K. Finite soluble group, Walter de gruyter / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York, 1992. – 889 p.

2 Skiba, A. N. Multiply L-Composition Formations of Finite Groups / A. N. Skiba, L. A. Shemetkov // Ukrainsk. Math. Zh. –2000. – № 52(6). – P. 783–797.

3 Шеметков, Л. А. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / Л. А. Шеметков, А. Н. Скиба // Математические труды. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.