

**К. Л. Парфенков, А. Ф. Васильев**  
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

## **КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ТРЕМЯ СВЕРХРАЗРЕШИМЫМИ ПОДГРУППАМИ**

В работе рассматриваются только конечные группы. Пусть группа  $G$  имеет три подгруппы  $A$ ,  $B$  и  $C$ , чьи индексы попарно взаимно просты в  $G$ . Как установили Виландт и Кегель, группа  $G$  является разрешимой (нильпотентной) в случае разрешимости (соответственно нильпотентности) подгрупп  $A$ ,  $B$  и  $C$ . С другой стороны, сверхразрешимость  $A$ ,  $B$  и  $C$  уже не влечет в общем случае сверхразрешимости самой группы  $G$ . Поэтому возникает задача отыскания условий, при которых такие группы являются сверхразрешимыми.

Согласно [1] подгруппы  $A$  и  $B$  группы  $G$  называются взаимно перестановочными (взаимно  $sp$ -перестановочными), если  $A$  перестановочна с любой (соответственно, субнормальной) подгруппой из  $B$ , а  $B$  перестановочна с любой (соответственно, субнормальной) подгруппой из  $A$ .

Подгруппа  $H$  группы  $G$  называется [2]  $K$ - $P$ -субнормальной в  $G$ , если существует цепь подгрупп

$$H = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_{n-1} \leq H_n = G$$

такая, что либо  $H_{i-1}$  нормальна в  $H_i$ , либо  $|H_i : H_{i-1}|$  – простое число для любого  $i = 1, \dots, n$ .

**Теорема 1.** Пусть группа  $G$  имеет три сверхразрешимые подгруппы  $A, B$  и  $C$ , чьи индексы попарно взаимно просты в  $G$ . Тогда:

1. Если  $A, B$  и  $C$  попарно взаимно  $sn$ -перестановочны, то  $G$  сверхразрешима.
2. Если  $A, B$  и  $C$   $K$ - $P$ -субнормальны в  $G$ , то  $G$  сверхразрешима.

### Литература

1 Ballester-Bolinches, A. Products of Finite Groups / A. Ballester-Bolinches, R. Esteban-Romero, M. Asaad. – Berlin-New York: Walter de Gruyter. – 2010. – 334 p.

2 Васильев, А. Ф. О  $K$ - $P$ -субнормальных подгруппах конечных групп / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Мат. заметки. – 2014. – Т. 95, № 4. – С. 517–528.