

ОБ УСТРАНЕНИИ ОДНОГО ПРИНЦИПИАЛЬНОГО
НЕДОСТАТКА ДВУМЕРНЫХ ГОЛОГРАММ

Э. И. Крупицкий и И. С. Барбанель

При регистрации двумерных тонкослойных голограмм часть информации о регистрируемом поле безвозвратно теряется. Указываются пути устранения этого недостатка, позволяющие теоретически безошибочно извлекать информацию в тех случаях, когда обычные голографические методы мало эффективны.

Введение

Голография позволяет решать две задачи: а) определение характеристик волнового поля (задача измерения) и б) восстановление записанной волны (задача запоминания волны и извлечения ее из памяти). Вторая задача имеет две разновидности: восстановление непреобразованной волны и восстановление с преобразованием (изменение масштаба и т. п.). Обе задачи служат в конечном итоге одной цели — получению информации в машинной, зрительной или иной форме об объектах, управляющих формированием амплитудно-фазовых и поляризационных характеристик регистрируемых волновых полей.

Целью настоящей работы является показать, что в случае двумерных тонкослойных голограмм, наиболее широко используемых на практике, часть информации о регистрируемом волновом поле безвозвратно теряется и указать некоторые пути устранения этого принципиального недостатка.¹ В результате появляется возможность теоретически безошибочно извлечения информации в тех случаях, когда известные голографические методы мало эффективны (случай осевого опорного пучка [2] и т. п.). Чтобы не затемнять существо дела, мы не будем в дальнейшем интересоваться потерей информации за счет несовершенства регистрирующих сред и технических компонентов, а также дискретизации и квантования интерференционного поля, т. е. будем полагать, что условия регистрации и извлечения информации в указанном смысле идеальны.

Задача измерения характеристик
волнового поля

Примем для простоты, что исследуемое когерентное монохроматическое поле $U_s(x; y; z)$ описывается в плоскости измерений одной скалярной функцией $E_s(x; y) = f_s(x; y) e^{i\varphi_s(x; y)}$, и регистрируется средняя по времени интенсивность интерференционного поля

$$F(x; y) = f_s^2(x; y) + f_0^2(x; y) + 2f_s(x; y)f_0(x; y)\cos[\varphi_s(x; y) - \varphi_0(x; y)]. \quad (1)$$

Здесь учтено, что опорное волновое поле $U_0(x; y; z)$ описывается в плоскости регистрации функцией

$$E_0(x; y) = f_0(x; y) e^{i\varphi_0(x; y)}.$$

¹ Один из частных случаев был, по-видимому, впервые описан в работе [1].

В общем случае задача измерения голографическим методом сводится к нахождению двух функций f_s и φ_s по известным функциям F , f_0 и φ_0 с помощью одного уравнения (1). Ясно, что однозначно решить это уравнение невозможно: этого нельзя сделать даже при известной функции f_s , так как наличие косинуса в (1) не позволяет однозначно определить фазовую функцию φ_s на промежутке $[0; 2\pi]$. Отмеченное затруднение носит принципиальный характер и говорит об информационной недостаточности двумерных голограмм. Трудность может быть преодолена только путем дополнительных измерений, позволяющих получить недостающее уравнение.

Эти измерения должны быть сделаны при внесении изменений в опорное волновое поле. С практической точки зрения наиболее удобным (но не единственным) представляется следующий путь: регистрируются две «квадратурные» голограммы, соответствующие случаям, когда фаза опорной волны отличается на $\pi/2$. При этом в дополнение к (1) получаем второе уравнение

$$G(x; y) = f_s^2(x; y) + f_0^2(x; y) + 2f_s(x; y)f_0(x; y)\sin[\varphi_s(x; y) - \varphi_0(x; y)]. \quad (2)$$

Решая систему (1), (2), найдем

$$f_s^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(F^2 + G^2) - \sqrt{(F^2 + G^2)^2 - 2[(F^2 - f_0^2)^2 + (G^2 - f_0^2)^2]}} \quad (3)$$

и

$$\varphi_s = \varphi_0 + \psi_F \cap \psi_G, \quad (4)$$

где

$$\psi_F = \arccos \frac{F^2 - f_s^2 - f_0^2}{2f_sf_0} \quad (0 \leq \psi_F \leq 2\pi), \quad (5)$$

$$\psi_G = \arcsin \frac{G^2 - f_s^2 - f_0^2}{2f_sf_0} \quad (0 \leq \psi_G \leq 2\pi). \quad (6)$$

Знаки корней в (3) соответствуют единственному решению, имеющему физический смысл, а знак пересечения множеств в (4) означает, что из четырех получающихся значений углов ψ_F и ψ_G к φ_0 добавляется совпадающее значение ψ_F и ψ_G .

Важно отметить, что однозначное решение задачи измерения получено без наложения каких-либо специальных ограничений на функции $E_s(x; y)$ и $E_0(x; y)$. Это говорит о том, что метод «квадратурных» голограмм не требует соблюдения условий, характерных для общепринятых методов голографической регистрации [3] (медленное изменение функций f_s , f_0 , φ_s и φ_0 ; большой угол между направлениями распространения волн U_s и U_0 и т. п.). Таким образом, полное сохранение информации о характеристиках скалярного волнового поля на некоторой поверхности требует регистрации по крайней мере двух тонкослойных голограмм, а в случае векторного поля в общем случае — не менее четырех голограмм.

Метод «квадратурных» голограмм особенно просто реализуется в радиоголографии, когда используется подача опорного колебания прямо на фазовый детектор — достаточно параллельно включить два фазовых детектора, подавая на них опорные сигналы со сдвигом по фазе на 90° [4].

Задача восстановления записанной волны

Решение этой задачи сводится к нахождению и реализации оператора, преобразующего $F(x; y)$ и $G(x; y)$ в волновую функцию $U_s(x; y; z)$ записанного распределения $E_s(x; y)$. Главная трудность состоит при этом в отыскании таких операторов, которые допускают реализацию с помощью обычных элементов голографической техники.

Предположим, что используется идеальная амплитудная голограмма² с коэффициентом передачи (1), и рассмотрим основные причины, затруд-

² Случай фазовой голограммы не привносит принципиальных отличий в последующее рассмотрение.

няющие восстановление $U_s(x; y; z)$. При освещении голограммы опорной волной $U_0(x; y; z)$ с распределением $E_0(x; y)$ в плоскости голограммы создается дифракционное поле $U_F(x; y; z)$, которое с достаточной для большинства приложений точностью описывается формулой

$$U_F(x; y; z) = \frac{1}{i\lambda} \int_S F(x; y) E_0(x; y) \frac{e^{ikr}}{r} dS = \\ = U_{0F}(x; y; z) + \tilde{U}_s(x; y; z) + U_s^*(x; y; z), \quad (7)$$

где

$$U_{0F} = \frac{1}{i\lambda} \int_S (f_s^2 + f_0^2) f_0 \frac{e^{ikr}}{r} dS, \quad \tilde{U}_s = \frac{1}{i\lambda} \int_S E_s f_0^2 \frac{e^{ikr}}{r} dS, \\ U_s^* = \frac{1}{i\lambda} \int_S E_s f_0^2 \exp\{i(kr + 2\varphi_0)\} \frac{1}{r} dS.$$

Компоненту U_{0F} принято называть нулевым порядком дифракции. Компонента $\tilde{U}_s$ соответствует записанной волне и создает мнимое изображение предмета, а U_s^* является сопряженной волной и создает псевдоскопическое действительное изображение предмета.

Полезной является только компонента $\tilde{U}_s$, но и она, вообще говоря, содержит искажающий множитель f_0^2 . В голографии обычно рассматриваются такие случаи, когда поле $\tilde{U}_s$ восстанавливается приближенно за счет пространственного разделения трех компонент $U_F(x; y; z)$, однако в ряде важных примеров разделение не имеет места, что является следствием упомянутой ранее информационной недостаточности двумерной голограммы. Компоненты могут не разделяться по следующим причинам: 1) малость угла между направлениями распространения U_s и U_0 при записи; 2) быстрое изменение фазовой функции $\varphi_s(x; y)$; 3) быстрое изменение амплитудной функции $f_s(x; y)$. Возможно и совместное действие указанных причин.

Использование «квадратурных» голограмм, а также записи амплитудного распределения $f_s(x; y)$ (без опорной волны) позволяет добиться восстановления $U_s(x; y; z)$ во всех возможных случаях с использованием обычных элементов голографической техники.

Так, в случае действия только первой причины (голография с осевым опорным пучком) или действия первых двух причин можно использовать следующий оператор восстановления:

$$V_1[F; G] = K [U_F + U_G], \quad (8)$$

где

$$U_F = \frac{1}{i\lambda} \int_S \left(\frac{1}{f_0^2} F E_0 \right) \frac{e^{ikr}}{r} dS; \\ U_G = \frac{1}{i\lambda} \int_S \left(\frac{1}{f_0^2} G E_0 e^{i\frac{\pi}{2}} \right) \frac{e^{ikr}}{r} dS, \quad (9)$$

K — оператор фильтрации поля нулевого порядка дифракции. Подставляя (9) в (8) и учитывая (1) и (2), получим

$$V_1[F; G] = K \left[\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \int_S \frac{1}{f_0} (f_s^2 + f_0^2) \frac{e^{ikr}}{r} dS + 2 \int_S E_s \frac{e^{ikr}}{r} dS \right] = c_1 U_s(x; y; z). \quad (10)$$

На рис. 1, а изображена схема, реализующая оператор (8) в оптической голографии. Использование «квадратурных» голограмм позволило скомпенсировать («погасить») сопряженную волну U_s^* ; на этом и основано действие оператора (8) и схемы рис. 1, а. Если использовать опорную волну с равномерным распределением амплитуды ($f_0 \equiv 1$) и фазовые голограммы, то схема упрощается — исключаются амплитудные корректоры и

пространственно-частотный фильтр нулевого порядка. Практическая реализация этого случая была описана в [1].

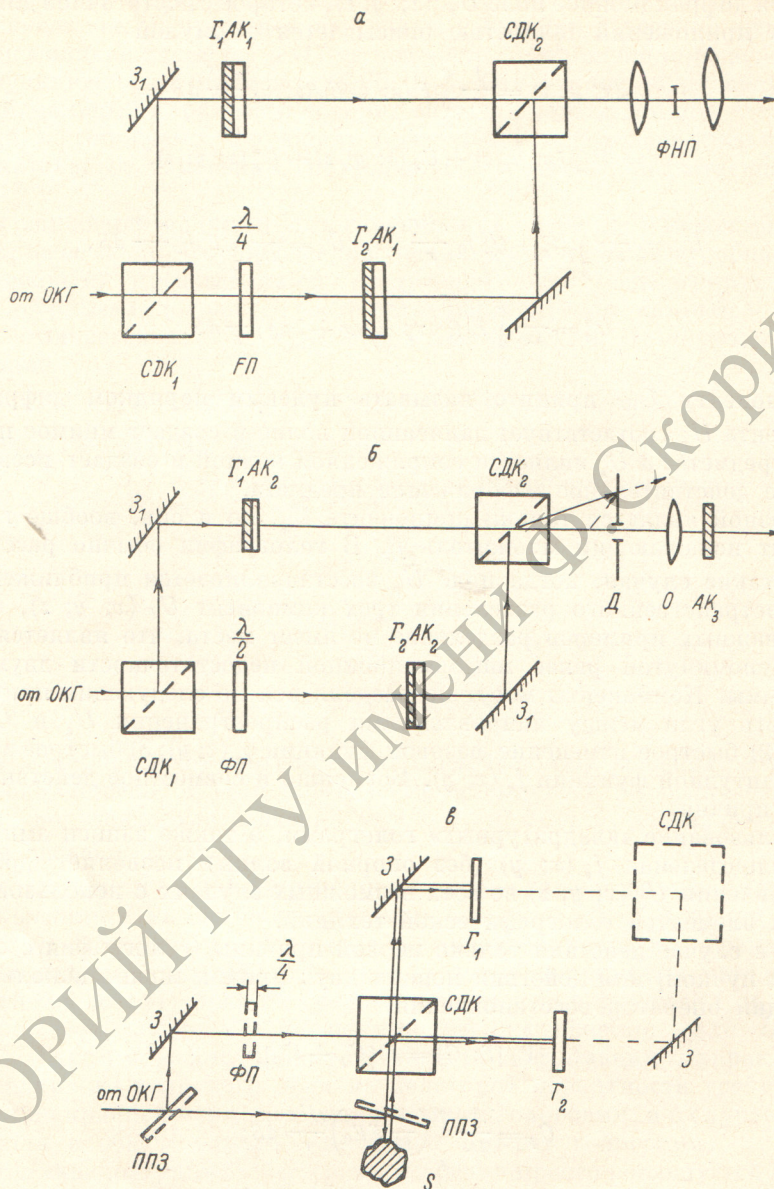


Рис. 1.

a — схема, реализующая оператор V_1 , $б$ — схема, реализующая оператор V_2 , $в$ — схема записи с осевым опорным пучком. $\Gamma_{1,2}$ — голограммы с амплитудным пропусканием $F(x, y)$ и $G(x, y)$ соответственно, $\Phi П$ — фазированная пластинка толщиной $\lambda/4$ или $\lambda/2$, $СДК$ — светоделительный куб, $З$ — зеркало, $ППЗ$ — полупрозрачное зеркало, $АК_{1,2,3}$ — амплитудные корректоры с коэффициентами передачи $1/f_0^2$, $1/f_s f_0^2$ и f_s соответственно, $Д$ — диафрагма, $О$ — объектив, $ФНП$ — фильтр нулевого порядка дифракции, $С$ — голографируемый объект.

В случае действия только третьей причины можно использовать оператор восстановления вида

$$V_2 [F; G] = f_s D [\hat{U}_F + \hat{U}_G], \quad (11)$$

где

$$\hat{U}_F = \frac{1}{i\lambda} \int_S \left(\frac{1}{f_s f_0^2} F E_0 \right) \frac{e^{ikr}}{r} dS,$$

$$\hat{U}_G = \frac{1}{i\lambda} \int_S \left(\frac{1}{f_0^2 f_s} G E_0 e^{i\pi} \right) \frac{e^{ikr}}{r} dS, \quad (12)$$

D — оператор диафрагмирования и переноса изображения. Реализация $V_2 [F; G]$ требует, помимо регистрации пары «квадратурных» голограмм, записи амплитудного распределения $f_s(x; y)$ в той же плоскости. Подставляя (12) в (11) и учитывая (1) и (2), будем иметь

$$V_2 [F; G] = f_s D \left[\sqrt{2} e^{i\varphi_s + i\frac{\pi}{4}} + \sqrt{2} e^{-i\varphi_s + i2\varphi_0 - i\frac{\pi}{4}} \right] = c_2 U_s(x; y; z). \quad (13)$$

Из (13) следует, что оператор V_2 выбран так, что нулевые порядки дифракции, получаемые от квадратурных голограмм, складываются в противофазе и гасят друг друга. Отделение полезной компоненты поля с помощью диафрагмы становится возможным благодаря коррекции амплитудного распределения (множитель $1/f_s f_0^2$). На рис. 1, б показан вариант оптической схемы, реализующей V_2 .

В общем случае совместного действия всех трех причин восстановления $U_s(x; y; z)$ можно, например, добиться, регистрируя две пары «квадратур-

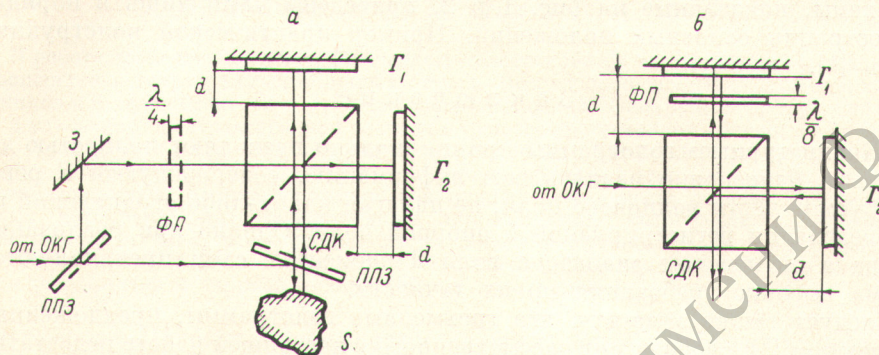


Рис. 2.

а — использование отражательных голограмм в схеме записи с осевым опорным пучком, б — схема восстановления отражательных «квадратурных» голограмм. $\Gamma_{1,2}$ — отражательные голограммы с амплитудным пропусканием $F(x, y)$ и $G(x, y)$ соответственно, S — голографируемый объект, $З$ — зеркало, $ППЗ$ — полупрозрачное зеркало, $ФП$ — фазировочная пластинка толщиной $\lambda/4$ или $\lambda/8$, $СДК$ — светоделительный куб.

ных» голограмм: пару, соответствующую $F(x; y)$ и $G(x; y)$, и пару, соответствующую функциям

$$H(x; y) = f_s^2(x; y) + f_0^2(x; y) - 2f_s(x; y)f_0(x; y)\cos[\varphi_s(x; y) - \varphi_0(x; y)], \quad (14)$$

$$Q(x; y) = f_s^2(x; y) + f_0^2(x; y) - 2f_s(x; y)f_0(x; y)\sin[\varphi_s(x; y) - \varphi_0(x; y)], \quad (15)$$

которые получаются при сдвиге фазы опорной волны на углы π и $3\pi/2$ соответственно. Оператор восстановления может быть взят в виде

$$V_3 [F; G; H; Q] = [(\bar{U}_F + \bar{U}_G) + (\bar{U}_H + \bar{U}_Q)e^{i\pi}] = [(\bar{U}_F + \bar{U}_H e^{i\pi}) + (\bar{U}_G + \bar{U}_Q e^{i\pi})] = 4U_s(x; y; z), \quad (16)$$

где $\bar{U}_H$ и $\bar{U}_Q$ определяются выражениями (9) при замене в них F на H и G на Q . По аналогии со схемами рис. 1, а и б нетрудно составить схему, реализующую (16). Оператор (16) обеспечивает «гашение» двух компонент волновой функции: нулевого порядка дифракции и сопряженной волны.

Заметим, что если фазировочную пластину поместить в другое плечо интерферометра (рис. 1, а и б), то вместо основной волны будет восстанавливаться волна сопряженная.

Из рассмотренных выше случаев наибольший практический интерес представляет случай записи с осевым опорным пучком. Эта запись в оптическом диапазоне может быть осуществлена с помощью схемы, показанной на рис. 1, в. Голограммы должны записываться поочередно, путем перекрытия световых пучков, падающих на них. Четверть-волновая пластинка, показанная штриховыми линиями, вводится только при регистрации голограммы Γ_2 .

Серьезным практическим недостатком схем рис. 1 является необходимость использования двух высокоточных светоделительных кубиков большого размера.

От этого недостатка до некоторой степени свободны схемы, построенные на основе интерферометра Майкельсона с использованием отражательных голограмм. Для примера на рис. 2 приведены соответствующие схемы записи «квадратурных» голограмм и восстановления в случае осевого опорного пучка.

Как и в предыдущем случае, запись голограмм должна осуществляться поочередно, при этом запись одной из них производится при введении в опорный пучок четвертьволновой фазирующей пластины. Следует заметить, что при восстановлении (рис. 1, а, б, и 2, б) использование фазирующих пластин, вообще говоря, не обязательно, так как требуемый сдвиг фазы можно обеспечить путем соответствующего смещения одной из голограмм.

Схемы, показанные на рис. 1 и 2, приведены нами лишь в порядке иллюстрации основных положений. Пример практической конструкции дан в [1].

Заключение

«Квадратурные» голограммы принципиально позволяют полностью записать и однозначно извлечь всю информацию, содержащуюся в регистрируемой части волнового поля, не налагая каких-либо ограничений на распределения регистрируемой и опорной волн. Однако при реализации метода в оптическом диапазоне волн к элементам схем предъявляются весьма высокие требования по их точности.

Следует также заметить, что трехмерные голограммы, предложенные Денисюком [5], свободны от рассмотренного в настоящей работе недостатка двумерных голограмм.

Литература

- [1] D. Gabor, W. P. Goss. Opt. Soc. Am., 56, 849, 1966.
- [2] D. Gabor. Proc. Phys. Soc., B64, 449, 1951.
- [3] Дж. Строук. Введение в когерентную оптику и голографию. Изд. «Мир», М., 1967.
- [4] G. A. Deschamps. IEEE, 55, 570, 1967.
- [5] Ю. Н. Денисюк. ДАН СССР, 144, 1275, 1962.

Поступило в Редакцию 18 января 1972 г.