

**А. О. Будыко, А. В. Лубочкин**  
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

## **ДЕМПФИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ МАЯТНИКА ПРИ БОЛЬШИХ НАЧАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ С МИНИМАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ**

Рассматривается задача демпфирования при больших начальных возмущениях нелинейной модели математического маятника:

$$\ddot{x} + \sin x = u, \quad z(0) = (x(0), \dot{x}(0)) = z_0 = (x_{10}, x_{20}). \quad (1)$$

Как известно, устойчивыми состояниями равновесия системы (1) при  $u = u(t) \equiv 0$ ,  $t \geq 0$ , на фазовой плоскости  $z = (x, \dot{x})$  являются точки

$$z^k = (x = 2k\pi, \dot{x} = 0), \quad k \in Z. \quad (2)$$

Традиционно при малых начальных отклонениях  $|x_{10}| + |x_{20}|$  для гашения колебаний маятника около устойчивого нижнего состояния равновесия  $(0, 0)$  используют линейное уравнение  $\ddot{x} + x = u$ . Если же начальное состояние заметно удалено от  $(0, 0)$ , то с помощью такой линеаризации решить указанную задачу часто просто невозможно. Здесь для исследования поведения нелинейной системы вводится ее кусочно-линейная аппроксимация, что позволяет решать задачу демпфирования для любых начальных возмущений и движений маятника.

Обратную связь  $u = u(z) = u(x, \dot{x})$ ,  $z \in R^2$ , назовем ограниченной дискретной (с периодом квантования  $\nu > 0$ ) демпфирующей в области  $G \subset R^2$  для состояния равновесия (2), если: 1)  $u(z^k) = 0$ ; 2)  $|u(z)| \leq L$ ,  $z \in G$ ; 3) траектория замкнутой системы (1):  $\ddot{x} + \sin x = u(z)$ ,  $z(0) = z_0 \in G$ , представляет собой непрерывное решение уравнения (1) с управлением  $u(t) = u(k\nu)$ ,  $t \in [k\nu, (k+1)\nu[$ ,  $k = 0, 1, \dots$ ; 4) решение  $x(t) = 2k\pi$ ,  $t \geq 0$ , замкнутой системы асимптотически устойчиво, и  $G$  – область притяжения состояния равновесия  $x = 2k\pi$ .

Для построения этой обратной связи используется реализация в режиме реального времени позиционного решения следующей задачи

$$B_\theta(z) = \min_u \rho, \quad \ddot{x} + f(x) = u, \quad (x(0), \dot{x}(0)) = z, \quad (3)$$

$$(x(\theta), \dot{x}(\theta)) = z^k, \quad |u(t)| \leq \rho, \quad t \in [0, \theta],$$

$f(x) = x - 2k\pi$ ,  $x \in [-\pi/2 + 2k\pi, \pi/2 + 2k\pi]$ ;  $f(x) = -x + (2k+1)\pi$ ,  $x \in [\pi/2 + 2k\pi, 3\pi/2 + 2k\pi]$ ,  $k \in Z$ . При этом минимум в задаче (3) берется дополнительно и по моментам переключения функции кусочно-линейной аппроксимации с одного линейного участка на другой.

Построенные демпферы программно реализованы, просчитаны тестовые примеры.