П. С. Кабурнеев, А. В. Лубочкин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ПРИМЕНЕНИЕ УПРАВЛЕНИЙ МИНИМАЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ЗАДАННЫХ ДВИЖЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Пусть на промежутке $t \geq 0$ динамическая система с управлением описывается уравнением

$$\dot{x} = Ax + bu,\ x(0) = x_0\ (x \in R^n,\ u \in R;\ \operatorname{rank}(b, Ab, \ldots, A^{n-1}b) = n). \quad (1)$$

Наряду с уравнением (1) рассмотрим движение на фазовой плоскости $x = x_f(t)$, $t \geq 0$, заданное кусочно-гладкой функцией. Будем говорить, что движение $x_f(t)$, $t \geq 0$, осуществимо, если существует такое доступное управление: $|u_f(t)| \leq L$, $t \geq 0$, что $\dot{x}_f(t) = Ax_f(t) + bu_f(t)$, $t \geq 0$. Пусть $G \subset R^n$ – область фазового пространства системы, что $x_f(t) \in \operatorname{int} G$, $t \geq 0$.

Функцию $u = u(t,x)$, $x \in G$, $t \geq 0$, назовем ограниченной дискретной обратной связью, осуществляющей движение $x = x_f(t)$, $t \geq 0$, если: 1) $u(t, x_f(t)) = u_f(t)$, $t \geq 0$; 2) $|u(t,x)| \leq L$, $x \in G$, $t \geq 0$; 3) траектория замкнутой системы $\dot{x} = Ax + bu(t,x)$, $x(0) \in G$, представляет собой непрерывное решение уравнения (1) с управлением $u(t) = u(k\nu, x(k\nu))$, $t \in [k\nu, (k+1)\nu[$, $k = 0, 1, \ldots$; 4) решение $x = x_f(t)$, $t \geq 0$, замкнутой системы асимптотически устойчиво в G. Синтез указанных обратных связей $u = u(t,x)$, $x \in G$, $t \geq 0$, составляет суть задачи осуществления движения. При этом с точки зрения практики естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения G осуществляемого движения была достаточно большой; 6) переходные процессы в замкнутой системе были в некотором смысле наилучшими. Поэтому для решения указанной проблемы здесь используется реализация в режиме реального времени позиционного решения вспомогательной задачи оптимального управления:

$$B_\theta(\tau, z) = \min \rho, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(\tau) = z,$$

$$x(\tau + \theta) = x_f(\tau + \theta), \ \tau \geq 0; |u(t)| \leq \rho, \ t \in T = [\tau, \tau + \theta]. \qquad (2)$$

Задачи (2), рассматриваемые в классе кусочно-постоянных функций с периодом квантования $\nu > 0$, будут эквивалентны близким задачам кусочно-линейного программирования. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего в режиме реального времени реализацию обратной связи, осуществляющей заданное движение. Работа построенного таким образом регулятора программно реализована, просчитан ряд тестовых примеров.