УДК 621.373 : 535

СВЯЗЬ БЕГУЩИХ ВОЛН В КОЛЬЦЕВОМ РЕЗОНАТОРЕ С ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

С. Г. Зейгер

Рассмотрен резонатор с неидеальными зеркалами (коэффициент отражения отличен от единицы), внутри которого имеется локальная неоднородность (пылинка). Показано, что отражение на зеркалах и на пылинке приводит к уменьшению добротности и появлению связи волн. Величина добротности определяется полными потерями и одинакова для встречных волн одной моды. Рассчитана величина связи волн в зависимости от поляризации этих волн. Волны ортогональных поляризаций оказываются связанными при косом падении на зеркало или на пылинку; величина связи встречных волн пропорциональна разности коэффициентов отражения в плоскости падения $r_{\parallel}$ и перпендикулярно плоскости падения $r_{\perp}$. Связь встречных волн, обусловленная отражениями на неоднородности, несимметрична $m_{12} \neq -m_{21}^*$. Несимметрия появляется из-за разной ориентации поверхностей, на которых отражаются встречные волны.

В идеальном кольцевом резонаторе связи встречных волн нет — каждая волна является собственной функцией резонатора. Однако эксперимент [1-3] показывает, что в реальном кольцевом лазере имеется линейная связь между встречными волнами. Интересно оценить величину этой связи в зависимости от источника рассеяния и от поляризации волн.

1. Во всяком реальном кольцевом резонаторе имеются локальные неоднородности: пыль, флуктуации плотности среды, заполняющей резонатор. Рассеяние на таких неоднородностях должно привести к потерям и к связи мод, в том числе к связи встречных волн.

Учет влияния неоднородности, так же как и учет влияния неидеальности зеркал, может быть проведен по методу Слэтера [4]. Рассмотрим простейшую модель локальной неоднородности, объем которой δV ничтожно мал по сравнению с объемом резонатора V_0 (пылинка). Не интересуясь полем внутри пылинки, будем искать поле в остальной части резонатора в виде суперпозиции собственных функций идеального резонатора

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum \mathcal{E}_a(t)\, \mathbf{E}_a(\mathbf{r}),$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \sum b_a(t)\, \mathbf{B}_a(r). \tag{1}$$

В той части резонатора, которая не занята неоднородностью, т. е. в объеме $V_0 - \delta V$, диэлектрическая проницаемость среды ε не зависит от координат, и поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ &\operatorname{div} \mathbf{B} = \operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

с граничными условиями, определяющими неполное отражение на зеркалах и рассеяние на пылинке, и условиями излучения на бесконечности.

Поля $\mathbf{E}_a$, $\mathbf{B}_a$ удовлетворяют уравнениям для собственных функций резонатора без неоднородности

$$i\,|k_a|\, \mathbf{B}_a(\mathbf{r}) = \operatorname{rot} \mathbf{E}_a(\mathbf{r}); \quad -i\,|k_a|\, \mathbf{E}_a(\mathbf{r})\,| = \operatorname{rot} \mathbf{B}_a(\mathbf{r}). \tag{3}$$

Собственные значения $|k_a|$ и вид собственных функций определяются граничными условиями идеального отражения на поверхности зеркал

$$[\mathbf{n}\mathbf{E}_a] = 0, \tag{4}$$

где $\mathbf{n}$ — нормаль к зеркалу. Собственные функции идеального кольцевого резонатора представляют собой бегущие поперечные волны, сосредоточенные около оси лазера

$$\mathbf{E}_a(r) = \mathbf{e}_a E_a(\mathbf{r}) \frac{e^{ik_a z}}{\sqrt{L}}, \quad \mathbf{B}_a(r) = [\mathbf{e}_z \mathbf{E}_a(r)] \frac{k_a}{|k_a|}, \tag{5}$$

где $\mathbf{e}_a$ — вектор поляризации волны; L — периметр кольцевого резонатора; ось z направлена вдоль оптической оси; волновое число k_a положительно или отрицательно в зависимости от направления распространения волн; функция $E_a(\mathbf{r})$ характеризует поперечное распределение поля.

Ряды (1) по собственным функциям резонатора сходятся внутри объема $V_0 - \delta V$, но не сходятся к полям $\mathbf{E}(r, t)$, $\mathbf{B}(r, t)$ на границах объема $V_0 - \delta V$ (на зеркалах и на границах неоднородности). Вычислив коэффициенты разложения $\operatorname{rot}\mathbf{E}$ в ряд по $\mathbf{B}_a(r)$ и $\operatorname{rot}\mathbf{B}$ в ряд по $\mathbf{E}_a(r)$ (см. [5]), получим из уравнений Максвелла (2) уравнения для $\mathcal{E}_a(t)$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_a}{dt^2} + \Omega_a^2\mathcal{E}_a = \frac{i\Omega_a^2\Pi_a}{k_a} - \frac{4\pi}{\varepsilon}\frac{d^2P_a}{dt^2} + \frac{4\pi}{\varepsilon}\int_{\delta V}\left(\frac{\partial^2\mathbf{P}}{\partial t^2}\mathbf{E}_a(\mathbf{r})^*\right)dV +$$

$$+ \sum_b \left(\mathcal{E}_b\Omega_a^2 + \frac{d^2}{dt^2}\mathcal{E}_b\right)\int_{\delta V}(\mathbf{E}_b(\mathbf{r}),\ \mathbf{E}_a(\mathbf{r})^*)\,dV. \tag{6}$$

Здесь $\Omega_a = |k_a|c/\sqrt{\varepsilon}$ — собственная частота резонатора, заполненного средой с проницаемостью ε,

$$\Pi_a = \int_S A_a dS; \quad A_a = \left\{\mathbf{B}_a^*[\mathbf{n}\times\mathbf{E}] - \frac{i}{|k_a|c}\frac{d}{dt}(\mathbf{E}_a^*[\mathbf{n}\times\mathbf{B}])\right\};$$

$$P_a = \int_V (\mathbf{P}\mathbf{E}_a^*)\,dV; \quad \int_{V_0}(\mathbf{E}_a^*(\mathbf{r})\,\mathbf{E}_b(\mathbf{r}))\,dV = \int_{V_0}(\mathbf{B}_a^*(\mathbf{r})\,\mathbf{B}_b(\mathbf{r}))\,dV = \delta_{ab} = \begin{cases} 1 & a = b \\ 0 & a \neq b \end{cases} \tag{7}$$

$\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к границе объема $V_0 - \delta V$ резонатора. Интеграл Π_a вычисляется по поверхностям неоднородности и по зеркалам идеального резонатора. Уравнения поля (6) отличаются от уравнений поля в однородном резонаторе с идеальными зеркалами наличием поверхностного интеграла Π_a и интегралов по объему неоднородности. Последние возникли вследствие того, что собственные функции идеального резонатора, ортонормированные во всем объеме идеального резонатора V_0, не ортонормированы в уменьшенном объеме $V_0 - \delta V$. Однако интегралами по объему δV можно пренебречь для случая встречных волн одной моды ($|k_a| = |k_b|$), так как они по сравнению с другими членами содержат дополнительно малый множитель $\int_{\delta V}(E_a^* E_b)\,dV$. Аналогично можно пренебречь интегралом по δV от поляризации P.

Как будет показано далее, величину Π_a можно представить в виде суммы по комплексным амплитудам мод резонатора $\mathcal{E}_b$

$$i\frac{\Omega_a}{|k_a|}\Pi_a = \sum_b m_{ab}\mathcal{E}_b.$$

Величины m_{ab} определяют линейную связь a-й и b-й моды вследствие неидеальности зеркал и неоднородности внутри резонатора. Окончательно уравнения для комплексных амплитуд имеют вид

$$\frac{d^2\mathcal{E}_a}{dt^2} + \Omega_a^2\mathcal{E}_a = \sum_{b\neq a} m_{ab}\Omega_a\mathcal{E}_b + \frac{4\pi}{\varepsilon}\Omega_a^2 P_a + \frac{\Omega_a^2 i}{Q_a}\mathcal{E}_a, \tag{8}$$

где $Q_a \equiv i\Omega_a/m_{aa}$ — добротность резонатора.

2. Рассмотрим влияние неидеальности зеркал. Для этого вычислим подынтегральное выражение A_a интеграла Π_a (7) на поверхности l-го зеркала.

Значение тангенциальных компонент магнитного поля идеального резонатора на зеркале $\mathbf{B}_a^{(l)}$ равно удвоенному значению тангенциальных компонент падающей волны $\mathbf{B}_a$

$$[\mathbf{B}_a^{(l)}\mathbf{n}] = 2\,[\mathbf{B}_a\mathbf{n}]. \tag{9}$$

Значение тангенциальных компонент поля $\mathbf{E}^{(l)}$ на l-м зеркале выразим через поле падающей волны $\mathbf{E}$, используя граничные условия

$$E_x^{(l)} = (1 - r_x)\,E_x; \quad [\mathbf{n}\mathbf{E}^{(l)}]_x = (1 - r_y)\,[\mathbf{n}\mathbf{E}]_x, \tag{10}$$

где $\mathbf{e}_y$ — единичный вектор, направленный по оси y ($oy \perp oz$), лежащей в плоскости падения, ось x перпендикулярна плоскости падения ($ox \perp oy, oz$); r_x, r_y — коэффициенты отражения зеркала в плоскости падения и перпендикулярно к ней.

Подставив (9), (10) в A_a (7), получим

$$A_a = 2\cos\alpha\,[B_{ay}^* E_x (1 - r_x) - B_{ax}^* E_y (1 - r_y)], \tag{11}$$

где α — угол падения на зеркало. Подставив в (11) разложение (1) поля падающей волны E по собственным функциям резонатора, получим

$$A_a = 2\cos\alpha\,\frac{k_a}{|k_a|}\sum_b A_{ab} E_a^*(\mathbf{r})\,E_b(\mathbf{r})\,\mathcal{E}_b(t)\,e^{i(k_b - k_a)z}, \tag{12}$$

где

$$A_{ab} = e_{ay}^* e_{by}(1 - r_y) + e_{ax}^* e_{bx}(1 - r_x). \tag{13}$$

Здесь e_{ax} и e_{ay} — x и y компоненты единичного вектора поляризации a-й волны $\mathbf{e}_a$. На продолжении зеркала отраженной волны нет $r_x = r_y = 0$ и и выражение для A'_{ab} имеет вид

$$A'_{ab} = (\mathbf{e}_a^*\mathbf{e}_b). \tag{14}$$

Суммирование в (12) ведется по всем волнам b, распространяющимся в обоих направлениях.

а. Из (13) видно, что если электрические векторы волн a, b параллельны $(\mathbf{e}_a^*\,\mathbf{e}_b) = 1$, то

$$A_{ab} = 1 - r_x e_{ax}^* e_{bx} - r_y e_{ay}^* e_{by}; \quad A'_{ab} = 1. \tag{15}$$

Отсюда для волн, поляризованных по кругу $(|e_{ax}| = |e_{bx}| = 1/\sqrt{2})$,

$$A_{ab} = 1 - \frac{1}{2}(r_x + r_y).$$

б. Если волны a, b поляризованы взаимно перпендикулярно $(e_a^* e_b) = 0$, то

$$A_{ab} = e_{ax}^* e_{bx}(r_y - r_x), \quad A'_{ab} = 0. \tag{16}$$

Выражения (16) справедливы как для линейных поляризаций, так и для круговых или эллиптических поляризаций. Из (16) видно, что волны, поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях, являются связанными $A_{ab} \neq 0$. Это объясняется тем, что при отражении волны, электрический вектор которой не лежит в плоскости падения и не перпендикулярен к ней, происходит поворот плоскости поляризации волны (если $r_x \neq r_y$).

Запишем теперь величину интеграла Π_a, обусловленного неидеальностью зеркала l. Подставив (12) в (7), получим

$$\frac{i\Omega_a}{|k_a|}\Pi_a^{(l)} = \sum_b m_{ab}\mathcal{E}_b, \tag{17}$$

$$m_{ab} = i\,\frac{2c}{\sqrt{\varepsilon}\,L}\,\frac{k_a}{|k_a|}\,(A_{ab}M_{ab} + A'_{ab}M'_{ab}), \tag{18}$$

где

$$M_{ab} = \int\limits_{\sigma_l} E_a^* (\mathbf{r}) \, E_b (\mathbf{r}) \, e^{i(k_b - k_a) z} dS \cos \alpha,$$

$$M'_{ab} = \int\limits_{\sigma'_l} E_a^* (\mathbf{r}) \, E_b (\mathbf{r}) \, e^{i(k_b - k_a) z} dS \cos \alpha,$$

σ_l — поверхность l-го зеркала резонатора, σ'_l — продолжение l-го зеркала ($\sigma_l + \sigma'_l$ составляют границу идеального резонатора, в котором определены собственные функции $E_a(\mathbf{r}) \, E_b(\mathbf{r})$). Коэффициенты A_{ab}, A'_{ab}, вычисленные нами, характеризуют зависимость связи волн от их поляризации и коэффициентов отражения зеркал. Интегралы M_{ab}, M'_{ab} характеризуют зависимость связи от направления распространения волн и их поперечных распределений, они вычислялись в работах [5, 6].

3. Для учета неоднородности внутри резонатора рассмотрим следующую модель пылинки. Пусть пылинка представляет собой цилиндр с непараллельными основаниями. Образующая цилиндра параллельна oz. Нормаль $\mathbf{n}$ к первому основанию образует с осью z угол α_1. Соответственно угол второго основания с осью z α_2. Расстояние между основаниями $t_п$. Предположим, что пылинка сильно отражает, так что амплитуда преломленной волны значительно меньше амплитуды отраженной волны. Тогда при рассмотрении поля на поверхности пылинки пренебрежем проходящей волной и учтем только отраженную. Коэффициенты отражения на каждой грани можно найти по формулам Френеля, если известна диэлектрическая проницаемость пылинки. Найдем величину поверхностного интеграла Π_a (7). Так как пылинка находится внутри резонатора, то на поверхности пылинки собственные функции резонатора представляют собой бегущую волну

$$\mathbf{B}_a = \frac{k_a}{|k_a|} [\mathbf{e}_z \mathbf{E}_a] \tag{19}$$

(в отличие от зеркала, на котором собственная функция E_a обращается в нуль). Из граничных условий и (2) выразим поле $E^{(п)}$, $B^{(п)}$ на первой грани пылинки через поле падающей волны E.

$$\left. \begin{aligned} & E_\xi^{(п)} = E_\xi (1 - r_{\xi 1}), \quad [\mathbf{n}\mathbf{E}^{(п)}]_\xi = [\mathbf{n}\mathbf{E}]_\xi (1 - r_{\eta 1}), \\ & \frac{\omega}{c} B_\xi^{(п)} = E_\eta (1 + r_{\eta 1}) \, [\mathbf{k}\mathbf{e}_\eta], \quad [\mathbf{n}\mathbf{B}^{(п)}]_\xi \frac{\omega}{ck} = E_\xi \cos \alpha_1 (1 + r_{\xi 1}). \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

Орт $\mathbf{e}_\eta \perp oz$ лежит в плоскости падения, ось ξ перпендикулярна плоскости падения волны на первую грань пылинки. Подставив (19), (20) в A_a (7) и используя разложение поля E по собственным типам колебаний резонатора (1), получим

$$A_a^{(1)} = 2 \cos \alpha \frac{k_b}{|k_a|} \sum_{\substack{b \\ k_b > 0}} \mathcal{E}_b A_{ab}^{(1)} E_a (\mathbf{r}) \, E_b (\mathbf{r}) \, e^{i(k_b - k_a) z}, \tag{21}$$

где

$$A_{ab}^{(1)} = \frac{k_a}{2k_b} \left\{ e_{a\xi}^* e_{b\xi} \left[\left(1 + \frac{k_b}{k_a}\right) - r_{\xi 1} \left(1 - \frac{k_b}{k_a}\right) \right] + e_{a\eta}^* e_{b\eta} \left[\left(1 + \frac{k_b}{k_a}\right) - r_{\eta 1} \left(1 - \frac{k_b}{k_a}\right) \right] \right\}. \tag{22}$$

В выражении для $A_a^{(1)}$ (21) ведется суммирование по всем волнам b, идущим в положительном направлении оси z. Волны, идущие в противоположном направлении, отражаются на второй грани пылинки и до первой грани не доходят.

а. Из выражения (22) получим для волн, бегущих в одном направлении $k_a = k_b$,

$$A_{ab} = (\mathbf{e}_a^* \mathbf{e}_b). \tag{23}$$

Отсюда, если волны a, b поляризованы параллельно $(\mathbf{e}_a^* \mathbf{e}_b) = 1$, то $A_{ab} = 1$. Если волны a, b поляризованы перпендикулярно друг другу (две линейные ортогональные поляризации либо правый и левый круг), то $A_{ab} = 0$.

Таким образом, наличие сильно отражающей неоднородности внутри резонатора не вносит связи между волнами, поляризованными во взаимно-перпендикулярных плоскостях и распространяющимися в одном направлении.

б. Для волн, бегущих в противоположных направлениях $k_a = -k_b$ из (22), получим

$$A_{ab}^{(1)} = e_{a\xi}^* e_{b\xi} r_{\xi 1} + e_{a\eta}^* e_{b\eta} r_{\eta 1}, \tag{23'}$$

отсюда для встречных волн, поляризованных параллельно ($e_a = e_b$),

$$A_{ab}^{(1)} = |e_{a\xi}|^2 r_{\xi 1} + |e_{a\eta}|^2 r_{\eta 1}. \tag{24}$$

Для встречных волн, поляризованных ортогонально друг другу,

$$A_{ab}^{(1)} = e_{a\xi}^* e_{b\xi} (r_{\xi 1} - r_{\eta 1}). \tag{25}$$

Таким образом, как и в случае зеркала, связь встречных волн ортогональной поляризации пропорциональна разности коэффициентов отражения неоднородности в плоскости падения r_η и перпендикулярно плоскости падения r_ξ на пылинку.

Интересно оценить отношение связи встречных волн ортогональных круговых поляризаций к связи встречных волн параллельной поляризации. Из (25), (26) получим, что оно равно $(r_{\xi 1} - r_{\eta 1})/(r_{\xi 1} + r_{\eta 1})$ отношению разности коэффициентов отражения, перпендикулярно плоскости падения и в плоскости падения к их сумме.

4. Подставив значение A_a (21) в

$$\Pi_a = \int A_a dS = -\frac{i|k_a|}{\Omega_a} \sum_b m_{ab} \mathcal{E}_b,$$

получим величину связи волн m_{ab}, возникающей при отражении на первой грани пылинки

$$m_{ab}^{(1)} = \frac{i\Omega_a}{|k_a| L} A_{ab}^{(1)} \int_{\sigma_п} 2\cos\alpha_1 \frac{k_b}{|k_a|} E_a^* (\mathbf{r}) E_b (\mathbf{r}) e^{i(k_b - k_a)z} dS. \tag{26}$$

При вычислении поверхностного интеграла будем считать, что размер пылинки гораздо меньше масштаба изменения поля, так что на пылинке можно считать амплитуду волны постоянной ($E_a(\mathbf{r})$, $E_b(\mathbf{r})$ постоянно), а меняющейся только фазу.

а. Для волн, распространяющихся в одном направлении, разность фаз на пылинке постоянна и из (26) получим

$$m_{ab}^{(1)} = i \frac{2c}{\sqrt{\varepsilon}} A_{ab}^{(1)} \frac{S}{L} E_a^* (\mathbf{r}_{п1}) E_b (\mathbf{r}_{п1}) e^{i(k_b - k_a) z_{п1}}, \tag{27}$$

где S — проекция первой грани пылинки на сечение пучка ($S = S_{п1} \cos\alpha$ $k_b/|k_a| S_{п1}$ — площадь первой грани пылинки), $E_a(\mathbf{r}_{п1})$ — значение поля a моды резонатора в месте нахождения пылинки, $\mathbf{r}_{п1} = (x_{п1}, y_{п1}, z_{п1})$ — координаты первой отражающей грани пылинки.

Таким образом, неоднородность в резонаторе вносит связь между разными продольными и между разными поперечными модами одной поляризации, распространяющимися в одном направлении.

Наличие связи отражает тот факт, что поле в генераторе на является чистой модой резонатора, а есть суперпозиция мод, отличающихся как продольными, так и поперечными индексами. Это является следствием ухода части поля из резонатора при отражении на пылинке.

Из (27) получим добротность резонатора Q_a, обусловленную отражением на пылинке

$$\frac{1}{Q_a} = -\frac{i m_{aa}}{\Omega_a} = \frac{2cS}{\sqrt{\varepsilon}\,\Omega_a} |E_a(\mathbf{r}_п)|^2. \tag{28}$$

б. Рассмотрим волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Из (26) получим ($k_a = -k_b$; $z = z_{п1} + \eta \operatorname{tg}\alpha_1$)

$$m_{ab}^{(1)} = i \frac{2c}{\sqrt{\varepsilon}} A_{ab}^{(1)} \frac{S}{L} e^{2ik_b z_{п1}} \frac{\sin kD \operatorname{tg}\alpha_1}{kD \operatorname{tg}\alpha_1} E_a^* (\mathbf{r}) E_b (\mathbf{r}), \tag{29}$$

где D — размер перекрываемого пучка в направлении оси η, лежащей в плоскости падения. Таким образом, взаимодействие встречных волн при рассеянии на пыли носит дифракционный характер.

5. Из соображений симметрии следует, что интеграл по второй грани пылинки $\Pi_a^{(12)}$ имеет тот же вид, что и при интегрировании по первой грани пылинки [см. (27)—(29)] с заменой везде угла α_1 (угол нормали к первой грани пылинки с oz) углом $\pi-\alpha_2$ (угол нормали второй грани с отрицательным направлением oz).

Отметим, что связь волн, бегущих в противоположных направлениях, возникающая при отражении на пылинке, не симметрична, т. е. $m_{ab} \neq -m_{ab}^*$. Неидеальность зеркала при вещественном коэффициенте отражения приводит к симметричной связи $m_{ab}=-m_{ba}^*$ [см. (18)] вследствие того, что угол падения на зеркало одинаков для встречных волн. Пылинка же ориентирована к встречным волнам разными отражающими гранями. Эти грани составляют разные углы с осью z $\alpha_1 \neq \pi-\alpha_2$. Вследствие этого различна дифракционная связь отраженной волны со встречной волной [см. (28)]. Она максимальна при лобовом отражении ($\alpha_1=0$ или $\alpha_2=\pi$). Коэффициенты m_{ab} и $-m_{ba}^*$ отличаются как по модулю, так и по фазе. Различие фаз вызвано тем, что отражение первой и второй волн происходит в разных местах $z_{\text{п}1} \neq z_{\text{п}2}$, вследствие этого разность фаз между m_{ab} и $-m_{ba}$ равна $2kl_{\text{п}}$ ($l_{\text{п}}$ — расстояние между отражающими гранями пылинки). В добротности встречных волн ни отражение на зеркале, ни отражение на пылинке несимметрии не вносит — потери при отражении на пыли вообще не зависят от угла падения, а только зависят от сечения пучка и от плотности энергии поля волны [см. (28)]. Вывод о различии связи встречных волн $m_{ab} \neq -m_{ba}^*$ согласуется с экспериментом [3].

6. Мы провели расчет связи волн вследствие неоднородности резонатора (наличия пыли) по методу Слэтера: выделили из объема резонатора неоднородность и рассчитали, как влияет рассеяние на этой неоднородности на поле остальной части в резонаторе. Этот метод является не единственным методом учета неоднородности среды в резонаторе. Лэмбом для одномерных задач было предложено искать поле во всем неоднородном резонаторе. Этот метод широко используется и для трехмерных задач с плавно меняющейся диэлектрической проницаемостью. Посмотрим, что дает этот метод при наличии в резонаторе локальной неоднородности.

Будем искать поле во всем объеме резонатора, включая неоднородность. При этом уравнения для a-го типа колебаний (6) будут содержать вместо интеграла по поверхности неоднородности $i\Omega_a^2\Pi_a/|k_a|$ объемный интеграл

$$\Omega_a^2 \int\limits_{\delta V} \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} \left(E(r,\ t)\, E_a^*(r)\right) dV = \sum_b m_{ab}\Omega_a \mathscr{E}_b(t), \tag{30}$$

где $\delta\varepsilon=\varepsilon'-\varepsilon$; ε' — диэлектрическая проницаемость в неоднородности, ε — диэлектрическая проницаемость в остальной части резонатора.

Однако такой расчет дает результат, существенно отличающийся от результата, полученного нами. Так, например, из (30) следует, что связь между встречными волнами ортогональных поляризаций $(\mathbf{E}_b,\ \mathbf{E}_a)=0$ отсутствует $m_{ab}=0$. Этот вывод неверен. Причина непригодности такого расчета в том, что отражение на неоднородности приводит к появлению волн, идущих под углом к оси лазера. Разложение же по собственным функциям резонатора этих волн не содержит, в нем присутствуют лишь волны, распространяющиеся вдоль оси резонатора.

Таким образом, метод разложения поля во всем неоднородном резонаторе по собственным функциям идеального резонатора, который дает хорошие результаты в одномерных задачах, неприменим при рассмотрении локальной неоднородности.

7. Отражение на зеркалах резонатора и на неоднородности внутри резонатора приводит к уменьшению добротности и появлению связи волн. Величина добротности определяется полными потерями и одинакова для встречных волн одной моды. Величина связи волн зависит от поляризации

этих волн. Волны ортогональных поляризаций оказываются связанными при косом падении (на зеркало или на пылинку); величина связи встречных волн пропорциональна разности коэффициентов отражения в плоскости падения и перпендикулярно плоскости падения $r_\xi - r_\eta$. Связь встречных волн, обусловленная отражениями на неоднородностях резонатора, несимметрична $m_{ab} \neq -m_{ba}^*$. Несимметрия появляется вследствие различной ориентации поверхностей, на которых отражаются разные встречные волны.

В заключение автор благодарит Э. Е. Фрадкина за полезные обсуждения.

Литература

[1] Ю. Л. Климантович, В. Н. Курятов, П. С. Ланда. ЖЭТФ, *51*, 8, 1966.
[2] Б. В. Рыбаков, С. С. Скулаченко, А. И. Хромых, И. И. Юдин. Опт. и спектр., *27*, 113, 1969.
[3] F. Aronowitz, A. Collins. J. Appl. Phys., *41*, 130, 1970.
[4] Дж. Слэтер. Электроника сверхвысоких частот. ИЛ, М., 1948.
[5] С. Г. Зейгер, Э. Е. Фрадкин. Изв. вузов, радиофизика, *11*, 519, 1968; В сб. «Физика газовых лазеров», 61, Л., 1969.
[6] Э. Е. Фрадкин. Опт. и спектр., *28*, 422, 1970.

Поступило в Редакцию 6 сентября 1971 г.