Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №4(67), 2011

УДК 539.12

Низкоэнергетические электромагнитные характеристики пиона в кварково-полевой модели

Е. В. Вакулина, О. М. Дерюжкова, Н. В. Максименко

В кварково-полевой модели определена амплитуда комптоновского рассеяния на пионе. Вычислены электрическая и магнитная поляризуемости заряженного пиона с учетом цвета кварков на уровне однопетлевого приближения. Показано, что σ-мезон играет важную роль в определении поляризуемостей пиона.
Ключевые слова: кварково-полевая модель, пион, характеристика пиона, кварк.

The Compton amplitude of pion is determined in the quark field model. The electric and magnetic polarizabilities of charged pion are calculated in a colored quark field theory at the one-loop level. It is shown that the σ-meson is played an important role in the determination of the pion polarizabilities.
Keywords: quark field model, pion, characteristics of pion, quark.

Введение

В работах Ф. И. Федорова, Л. Г. Мороза, А. А. Богуша и их учеников активно развивались ковариантные методы получения лагранжианов и уравнений взаимодействия электромагнитного поля с адронами, в которых электромагнитные характеристики этих частиц являются основополагающими [1–5]. Используя эти методы, можно сформулировать ковариантный формализм взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учетом их поляризуемостей. Более того, открывается возможность последовательного определения амплитуд и сечений электродинамических процессов, информацию о которых получают из экспериментов.

В работе [6] предложен метод определения амплитуд и сечений через поляризуемости ядер в рамках нерелятивистской квантовой механики. В развитие метода работы [6] на основе калибровочно-инвариантного подхода и решений электродинамических уравнений методом функции Грина [7-9], в ковариантной форме получена амплитуда комптоновского рассеяния на скалярной частице с учетом поляризуемостей [10]. Как следует из низкоэнергетической теоремы, при расчете вклада поляризуемостей необходимо учитывать релятивистские эффекты [11].

Одним из способов решения вопроса о физической интерпретации релятивистских эффектов и оценки электромагнитных характеристик пиона является релятивистское квантово-полевое модельное представление комптоновского рассеяния на пионе с учетом его структуры. Естественным методом теоретического описания и оценки электромагнитных характеристик пиона является кварково-полевая модель.

Данная работа посвящена теоретическому описанию низкоэнергетического комптоновского рассеяния и оценки поляризуемостей пиона в кварково-полевой модели. Определение амплитуды комптоновского рассеяния на пионе в этой модели основывается на учете вклада петлевых диаграмм. Это обусловлено прежде всего тем, что вершинная константа $\pi q\bar{q}$ определена из распадов пионов, а также в настоящее время хорошо развит ковариантный формализм размерной регуляризации для расчета петлевых диаграмм [12].

1 Метод редукции интегралов от 4-х точечных петлевых амплитуд к 3-х и 2-х точечным амплитудам

В расчетах амплитуды комптоновского рассеяния на пионе и поляризуемостей учитывались диаграммы рис. 1, цвет кварков и считалось, что кварки являются валентными.

Сумма амплитуд диаграмм, приведенных на рис. 1, является калибровочно-инвариантной и удовлетворяет условию перекрестной симметрии [13]. Импульсы p_1 и p_2 – импульсы начального и конечного π–мезона соответственно, а импульсы k_1 и k_2 – импульсы начального и конечного фотонов. Сплошные линии соответствуют кваркам, волнистые – фотонам, а штриховые – пионам.

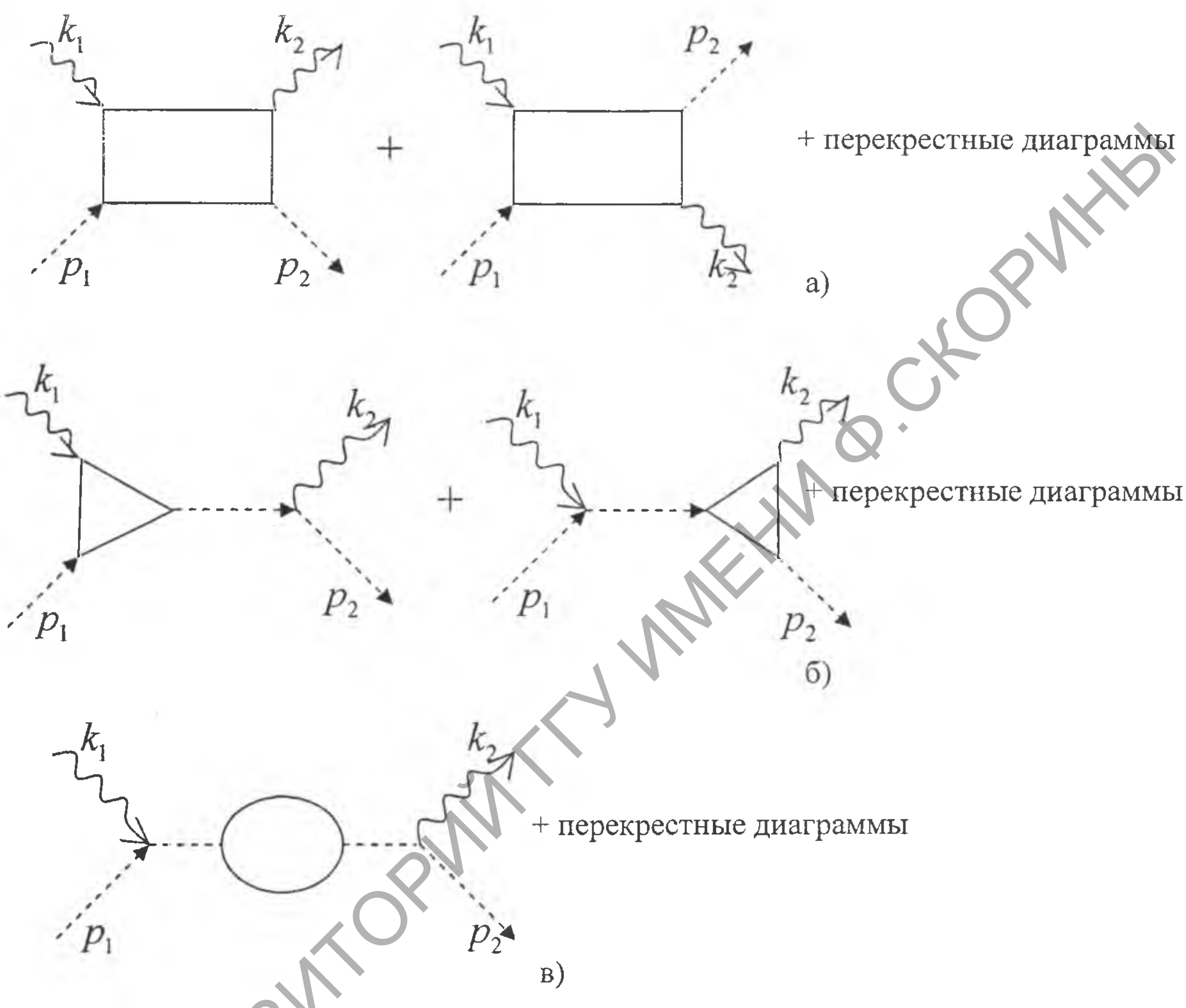

Рисунок 1 – Калибровочно-инвариантный набор диаграмм, с помощью которых моделировался процесс комптоновского рассеяния

Представим S-матричный элемент комптоновского рассеяния, определяемого суммой диаграмм рис. 1, следующим образом:

$$S_{fi} = \frac{\delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2)}{(2\pi)^2 \sqrt{16\omega_1\omega_2 E_1 E_2}} \sum_{n=1}^{9} J^{(n)} .$$

В этом выражении слагаемыми суммы являются амплитуды девяти диаграмм, которые определены по правилам Фейнмана и представлены интегралами вида:

$$J^{(n)} = (e_i e_j)\lambda^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{Sp^{(n)}}{\alpha_1^{(n)}\alpha_2^{(n)}\alpha_3^{(n)}\alpha_4^{(n)}} , \qquad (1)$$

где *«n»* пробегает значения от *1* до *9*, λ – определяется вершиной $\pi q\bar{q}$, e_i – заряды кварков, антикварков и π-мезонов в вершине взаимодействия фотонов с этими частицами.

На примере интеграла $J^{(1)}$ опишем методику вычисления $J^{(n)}$. Из правил Фейнмана следует, что в интеграле $J^{(1)}$ числитель определяется выражением

$$Sp^{(1)} = Sp\left[\hat{e}_2(\hat{q}+\hat{f}+m)\hat{e}_1(\hat{q}+\hat{p}_1+m)\gamma_5(\hat{q}+m)\gamma_5(\hat{q}+\hat{p}_2+m)\right],$$

где $\hat{e}_2 = e_\mu^{(\lambda_2)^*}\gamma^\mu$, $\hat{e}_1 = e_\mu^{(\lambda_1)}\gamma^\mu$, $f = k_1 + p_1$. Обозначения 4-х импульсов приведены на рис. 1. В свою очередь знаменатель подынтегрального выражения (1) имеет вид:

$$\prod_{i-1}^{n}\alpha_i^{(n)} = \alpha_1^{(n)}\alpha_2^{(n)}\alpha_3^{(n)}\alpha_4^{(n)} = \left[(q+f)^2 - m^2\right]\left[(q+p_1)^2 - m^2\right](q^2 - m^2)\left[(q+p_2)^2 - m^2\right].$$

Расчеты в $J^{(n)}$ выполним путем выделения в $Sp^{(n)}$ величин $\alpha_i^{(n)}$. Тогда, сокращая $\alpha_i^{(n)}$ в числителе и знаменателе, перейдем от 4-х точечных амплитуд к 3-х и 2-х точечным амплитудам. Поскольку при вычислении физических низкоэнергетических характеристик используются регуляризованные амплитуды, то при вычислении интегралов $J^{(n)}$ воспользуемся смещением импульса, по которому реализуется интегрирование. Благодаря этому приходим к выводу, что $J^{(1)} = J^{(4)}$, $J^{(2)} = J^{(3)}$, $J^{(5)} = J^{(7)}$, $J^{(6)} = J^{(8)}$. Так, выполняя сдвиг импульса в интеграле $J^{(1)}$ на $\sigma = q + f$, получим:

$$Sp^{(1)} = Sp\left[\hat{e}_2(m+\hat{\sigma})\hat{e}_1(m+\hat{\sigma}-\hat{k}_1)\gamma_5(m+\hat{\sigma}-\hat{f})\gamma_5(m+\hat{\sigma}-\hat{k}_2)\right].$$

В свою очередь $\alpha_i^{(1)}$ принимают вид:

$$\alpha_1^{(1)} = (\sigma - f)^2 - m^2, \alpha_2^{(1)} = (\sigma - k_1)^2 - m^2, \alpha_3^{(1)} = (\sigma - k_2)^2 - m^2, \alpha_4^{(1)} = (\sigma^2 - m^2). \quad (2)$$

В этом случае $Sp^{(1)}$ можно представить так:

$$\begin{aligned} Sp^{(1)} = Sp\Big[&\alpha_1^{(1)}\alpha_2^{(1)}\hat{e}_2\hat{e}_1 - \alpha_1^{(1)}\left[2(\sigma e_1)\hat{e}_2(m+\hat{\sigma}-\hat{k}_1) - \hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1(m+\hat{\sigma})\right] - \\ &-\alpha_2^{(1)}\left[\hat{e}_2\hat{e}_1(m-\hat{\sigma}+\hat{f})\hat{p}_2 + 2(\sigma e_1)\hat{e}_2\hat{p}_2\right] + \alpha_4^{(1)}\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1\hat{p}_2 + 2(\sigma e_1)\hat{e}_2(m+\hat{\sigma}-\hat{k}_1)\hat{p}_1\hat{p}_2 - \\ &-\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1(m+\hat{\sigma})\hat{f}\hat{p}_2\Big] \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$J^{(1)} = \lambda^2 e_1^2\left[J_{34}^{(1)} + J_{234}^{(1)} + J_{134}^{(1)} + J_{123}^{(1)} + J_0^{(1)}\right]. \quad (4)$$

Интегралы, которые содержаться в выражении (4), имеют вид:

$$J_{34}^{(1)} = \int\frac{d^4\sigma}{(2\pi)^4}\frac{Sp(\hat{e}_2\hat{e}_1)}{\alpha_3^{(1)}\alpha_4^{(1)}},\quad J_{234}^{(1)} = \int\frac{d^4\sigma}{(2\pi)^4}\frac{Sp\left[\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1(m+\hat{\sigma}) - 2(\sigma e_1)\hat{e}_2(m+\hat{\sigma}-\hat{k}_1)\right]}{\alpha_2^{(1)}\alpha_3^{(1)}\alpha_4^{(1)}},$$

$$J_{134}^{(1)} = \int\frac{d^4\sigma}{(2\pi)^4}\frac{Sp\left[-(\hat{e}_2\hat{e}_1)(m-\hat{\sigma}+\hat{f})\hat{p}_2 - 2(\sigma e_1)\hat{e}_2\hat{p}_2\right]}{\alpha_1^{(1)}\alpha_3^{(1)}\alpha_4^{(1)}},$$

$$J_{123}^{(1)} = \int\frac{d^4\sigma}{(2\pi)^4}\frac{Sp\left[\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1\hat{p}_2\right]}{\alpha_1^{(1)}\alpha_2^{(1)}\alpha_3^{(1)}},$$

$$J_0^{(1)}=\int\frac{d^4\sigma}{(2\pi)^4}\frac{Sp\left[2(\sigma e_1)\hat{e}_2(m+\hat{\sigma}-\hat{k}_1)\hat{p}_1\hat{p}_2-\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1(m+\hat{\sigma})\hat{f}\hat{p}_2\right]}{\alpha_1^{(1)}\alpha_2^{(1)}\alpha_3^{(1)}\alpha_4^{(1)}}.$$

Для вычисления интегралов в выражении (4) воспользуемся методом размерной регуляризации. Этим методом, например, вычислим $J_0^{(1)}$:

$$J_0^{(1)}=\int\frac{d^4\sigma}{(2\pi)^4}\frac{Sp_0^{(1)}}{\alpha_1^{(1)}\alpha_2^{(1)}\alpha_3^{(1)}\alpha_4^{(1)}}, \tag{5}$$

где $Sp_0^{(1)}=Sp\left[2(\sigma e_1)\hat{e}_2(\hat{\sigma}-\hat{k}_1)\hat{p}_1\hat{p}_2-\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1\hat{\sigma}\hat{f}\hat{p}_2\right]$.

Воспользуемся параметризацией Фейнмана. Тогда интеграл (5) можно привести к виду:

$$J_0^{(1)}=\hat{\Omega}\int\frac{d^4\sigma}{(2\pi)^4}\frac{Sp_0^{(1)}}{\left(\alpha_1^{(1)}x_1+\alpha_2^{(1)}x_2+\alpha_3^{(1)}x_3+\alpha_4^{(1)}x_4\right)}, \tag{6}$$

где $\hat{\Omega}=6\int\limits_0^1 dx_1\int\limits_0^{1-x_1}dx_2\int\limits_0^{1-x_1-x_2}dx_3$.

Используя определение $\alpha_i^{(n)}$ и кинематику комптоновского рассеяния, знаменатель интеграла (6) представим следующим образом:

$$\alpha_1^{(1)}x_1+\alpha_2^{(1)}x_2+\alpha_3^{(1)}x_3+\alpha_4^{(1)}x_4=\sigma'^2-\Delta_1. \tag{7}$$

В выражении (7) введены обозначения $\sigma'=\sigma-b_1$, $b_1=fx_1+k_1x_2+k_2x_3$, а величина Δ_1 определяется так: $\Delta_1=m^2-f^2x_1x_4-p^2x_1\left(x_2+x_3\right)-tx_2x_3$. При использовании параметров x_i необходимо учитывать соотношение $x_1+x_2+x_3+x_4=1$. В результате интеграл (6) примет вид:

$$J_0^{(1)}=\hat{\Omega}\int\frac{d^4\sigma'}{(2\pi)^4}\frac{Sp_0^{(1)}(\sigma')}{\left(\sigma'^2-\Delta_1\right)^4}. \tag{8}$$

Чтобы выполнить дальнейшие вычисления в (8) согласно методам размерной регуляризации, представим этот интеграл в Д-мерном пространстве, используя соотношения [12]:

$$\int\frac{d^Д\sigma'}{(2\pi)^Д\left(\sigma'^2-\Delta_1\right)^4}=\frac{i}{(4\pi)^{Д/2}}\frac{\Gamma\left(4-Д/2\right)}{\Gamma(4)}\frac{1}{\Delta_1^{4-Д/2}}, \tag{9}$$

$$\int\frac{d^Д\sigma'\sigma'_\mu\sigma'_\nu}{(2\pi)^Д\left(\sigma'^2-\Delta_1\right)^4}=\frac{(-i)}{(4\pi)^{Д/2}}\frac{\Gamma\left(3-Д/2\right)}{\Gamma(4)}\frac{g_{\mu\nu}}{2}\frac{1}{\Delta_1^{3-Д/2}}. \tag{10}$$

В этих выражениях $\Gamma(n)$ – гамма функция. Используя (9) и (10), интеграл (8) можно представить следующим образом:

$$J_0^{(1)}=J_0^{(1)'}+J_0^{(1)''}.$$

В этом выражении

$$J_0^{(1)'} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}^{(1)}\frac{Sp_0^{(1)'}}{\Delta_1}, \tag{11}$$

$$J_0^{(1)''} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}^{(1)}\frac{Sp_0^{(1)''}}{\Delta_1^2}. \tag{12}$$

В интегралах (11) и (12) введены обозначения:

$$Sp_0^{(1)'} = Sp\left[-\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{p}_1\hat{p}_2\right],$$

$$Sp_0^{(1)''} = Sp\left[2(b_1e_1)\left(\hat{e}_2\hat{b}_1\hat{p}_1\hat{p}_2 - \hat{e}_2\hat{k}_1\hat{p}_1\hat{p}_2\right) - \hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1\hat{b}_1\hat{f}\hat{p}_2\right].$$

Оператор $\hat{\Omega}^{(1)}$ связан с $\hat{\Omega}$ следующим образом: $\hat{\Omega} = 6\hat{\Omega}^{(1)}$, то есть $\hat{\Omega}^{(1)}$ – тройной интеграл по x_1, x_2 и x_3.

На основе представленного метода аналогичным образом вычисляются интегралы $J_{34}^{(1)}$, $J_{234}^{(1)}$, $J_{134}^{(1)}$ и $J_{123}^{(1)}$. Как свидетельствуют расчеты, структуры $J_{34}^{(1)}$ и $J_{234}^{(1)}$ содержат расходящиеся интегралы типа:

$$J_{234}^{(1)}(\infty) = \frac{i}{(4\pi)^{Д/2}}\int_0^1 dx_1\int_0^{1-x_1} dx_2\,\frac{(-4e_2e_1)}{\Delta^{2-Д/2}}\Gamma\left(2-Д/2\right), \tag{13}$$

$$J_{34}^{(1)}(\infty) = \frac{i}{(4\pi)^{Д/2}}\int_0^1 dx_1\,\frac{(4e_2e_1)}{(m^2)^{2-Д/2}}\Gamma\left(2-Д/2\right), \tag{14}$$

где $\Delta = m^2 - tx_1x_2$.

Однако поскольку поляризуемости определяются при $t=0$, то, как видно из (13) и (14), эти расходящиеся величины взаимно уничтожаются.

2 Определение амплитуд треугольных диаграмм

Используя правила Фейнмана, амплитуды треугольных диаграмм рис. 1, б) можно представить в следующем виде:

$$J^{(5)} = (ee_1)\lambda^2\frac{\left[e_2(f+p_2)\right]}{\left(f^2-p^2\right)}\Lambda^{(5)}, \tag{15}$$

$$J^{(6)} = (ee_2)\lambda^2\frac{\left[e_2(f+p_2)\right]}{\left(f^2-p^2\right)}\Lambda^{(6)}, \tag{16}$$

$$J^{(7)} = (ee_1)\lambda^2\frac{2(e_1p_1)}{\left(f^2-p^2\right)}\Lambda^{(7)}, \tag{17}$$

$$J^{(8)} = (ee_2)\lambda^2\frac{2(e_1p_1)}{\left(f^2-p^2\right)}\Lambda^{(8)}. \tag{18}$$

В выражениях (15)-(18) $\Lambda^{(n)}$ («*n*» пробегает значения *5, 6, 7, 8*) представляются соотношением:

$$\Lambda^{(n)} = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{Sp^{(n)}}{\alpha_1^{(n)} \alpha_2^{(n)} \alpha_3^{(n)}}.$$

Выполняя вычисления по предыдущей методике, получим

$$\Lambda^{(n)} = \Lambda_1^{(n)} + \Lambda_2^{(n)}. \qquad (19)$$

Здесь

$$\Lambda_1^{(n)} = \frac{i}{(4\pi)^2} \hat{\Omega} \frac{Sp_1^{(n)}}{\Delta_n},$$

$$\Lambda_2^{(n)} = \frac{i}{(4\pi)^{Д/2}} \hat{\Omega} \Gamma\left(2 - Д/2\right) \frac{Sp_2^{(n)}}{\Delta_n^{2-Д/2}}, \qquad (20)$$

где интегральный оператор $\hat{\Omega}$ имеет вид:

$$\hat{\Omega} = \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 .$$

Следы определяются из диаграмм рис. 1, б) согласно правилам Фейнмана. Из анализа $\Lambda^{(n)}$, приведенных в (19), можно сделать следующие заключения:

1. интегралы $\Lambda^{(n)}$ расходящиеся, и потому необходимо их регуляризировать;
2. следы $Sp_1^{(n)}$ и $Sp_2^{(n)}$ пропорциональны скалярным произведениям $(e_1 p_1)$ и $(e_2 p_2)$;
3. если в интегралах $\Lambda^{(n)}$ выделить $(e_1 p_1)$ и $(e_2 p_2)$ $\Lambda^{(5)} = (-4e_1 p_1)\tilde{\Lambda}^{(5)}$, $\Lambda^{(6)} = (4e_1 p_1)\tilde{\Lambda}^{(6)}$, $\Lambda^{(7)} = (-4e_2 p_2)\tilde{\Lambda}^{(7)}$, $\Lambda^{(8)} = (4e_2 p_2)\tilde{\Lambda}^{(8)}$, то для интегралов $\tilde{\Lambda}^{(n)}$ справедливы соотношения $\tilde{\Lambda}^{(5)} = \tilde{\Lambda}^{(7)}$, $\tilde{\Lambda}^{(6)} = \tilde{\Lambda}^{(8)}$.

Выполним теперь процедуру регуляризации интеграла $\tilde{\Lambda}^{(5)}$ согласно работе [13]. Для этого перейдем от $\tilde{\Lambda}^{(5)}$ к $\tilde{\Lambda}^{(5)}_{\mathrm{Reg}} = \tilde{\Lambda}^{(5)} - \tilde{\Lambda}^{(5)}(0)$, где $\tilde{\Lambda}^{(5)}(0) = \tilde{\Lambda}^{(5)}$, $\left(p_1^2 = p_2^2 = M^2, f^2 = M^2\right)$. Применяя методы размерной регуляризации к интегралу $\tilde{\Lambda}_2^{(5)}$ (20), представим его следующим образом:

$$\tilde{\Lambda}_2^{(5)} = \frac{i}{(4\pi)^2} \hat{\Omega} \left(\frac{2}{\varepsilon} - \gamma - \ln \frac{\Delta_5}{4\pi\mu^2} \right) Sp_2^{(5)},$$

где $\varepsilon = 4 - Д$, γ – константа Эйлера-Маскерони, μ – параметр размерности массы. В этом выражении $Sp_2^{(5)} = 1 + 3x$. Если в (19) введем обозначения:

$$Sp_1^{(5)} = m^2(1 + x_1) + x_1^2\left[p^2(1 - x_1) + \left(f^2 - p^2\right)x_3\right],$$

$$Sp_1^{(5)}(\Diamond) = m^2(1 + x_1) + x_1^2(1 - x_1)p^2,$$

$$\Delta_5(\Diamond) = m^2 - p^2 x_1(1 - x_1),$$

В этом выражении

$$J_0^{(1)'} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}^{(1)}\frac{Sp_0^{(1)'}}{\Delta_1}, \quad (11)$$

$$J_0^{(1)''} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}^{(1)}\frac{Sp_0^{(1)''}}{\Delta_1^2}. \quad (12)$$

В интегралах (11) и (12) введены обозначения:

$$Sp_0^{(1)'} = Sp\left[-\hat{e}_2\hat{e}_1\hat{p}_1\hat{p}_2\right],$$

$$Sp_0^{(1)''} = Sp\left[2(b_1e_1)\left(\hat{e}_2\hat{b}_1\hat{p}_1\hat{p}_2 - \hat{e}_2\hat{k}_1\hat{p}_1\hat{p}_2\right) - \hat{e}_2\hat{e}_1\hat{k}_1\hat{b}_1\hat{f}\hat{p}_2\right].$$

Оператор $\hat{\Omega}^{(1)}$ связан с $\hat{\Omega}$ следующим образом: $\hat{\Omega} = 6\hat{\Omega}^{(1)}$, то есть $\hat{\Omega}^{(1)}$ – тройной интеграл по x_1, x_2 и x_3.

На основе представленного метода аналогичным образом вычисляются интегралы $J_{34}^{(1)}$, $J_{234}^{(1)}$, $J_{134}^{(1)}$ и $J_{123}^{(1)}$. Как свидетельствуют расчеты, структуры $J_{34}^{(1)}$ и $J_{234}^{(1)}$ содержат расходящиеся интегралы типа:

$$J_{234}^{(1)}(\infty) = \frac{i}{(4\pi)^{Д/2}}\int_0^1 dx_1\int_0^{1-x_1} dx_2\frac{(-4e_2e_1)}{\Delta^{2-Д/2}}\Gamma\left(2-Д/2\right), \quad (13)$$

$$J_{34}^{(1)}(\infty) = \frac{i}{(4\pi)^{Д/2}}\int_0^1 dx_1\frac{(4e_2e_1)}{(m^2)^{2-Д/2}}\Gamma\left(2-Д/2\right), \quad (14)$$

где $\Delta = m^2 - tx_1x_2$.

Однако поскольку поляризуемости определяются при $t=0$, то, как видно из (13) и (14), эти расходящиеся величины взаимно уничтожаются.

2 Определение амплитуд треугольных диаграмм

Используя правила Фейнмана, амплитуды треугольных диаграмм рис. 1, б) можно представить в следующем виде:

$$J^{(5)} = (ee_1)\lambda^2\frac{\left[e_2(f+p_2)\right]}{(f^2-p^2)}\Lambda^{(5)}, \quad (15)$$

$$J^{(6)} = (ee_2)\lambda^2\frac{\left[e_2(f+p_2)\right]}{(f^2-p^2)}\Lambda^{(6)}, \quad (16)$$

$$J^{(7)} = (ee_1)\lambda^2\frac{2(e_1p_1)}{(f^2-p^2)}\Lambda^{(7)}, \quad (17)$$

$$J^{(8)} = (ee_2)\lambda^2\frac{2(e_1p_1)}{(f^2-p^2)}\Lambda^{(8)}. \quad (18)$$

В выражениях (15)-(18) $\Lambda^{(n)}$ («n» пробегает значения *5, 6, 7, 8*) представляются соотношением:

$$\Lambda^{(n)} = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{Sp^{(n)}}{\alpha_1^{(n)}\alpha_2^{(n)}\alpha_3^{(n)}}.$$

Выполняя вычисления по предыдущей методике, получим

$$\Lambda^{(n)} = \Lambda_1^{(n)} + \Lambda_2^{(n)}. \tag{19}$$

Здесь

$$\Lambda_1^{(n)} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}\frac{Sp_1^{(n)}}{\Delta_n},$$

$$\Lambda_2^{(n)} = \frac{i}{(4\pi)^{Д/2}}\hat{\Omega}\Gamma\left(2-Д/2\right)\frac{Sp_2^{(n)}}{\Delta_n^{2-Д/2}}, \tag{20}$$

где интегральный оператор $\hat{\Omega}$ имеет вид:

$$\hat{\Omega} = \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2.$$

Следы определяются из диаграмм рис. 1, б) согласно правилам Фейнмана. Из анализа $\Lambda^{(n)}$, приведенных в (19), можно сделать следующие заключения:

1. интегралы $\Lambda^{(n)}$ расходящиеся, и потому необходимо их регуляризировать;
2. следы $Sp_1^{(n)}$ и $Sp_2^{(n)}$ пропорциональны скалярным произведениям (e_1p_1) и (e_2p_2);
3. если в интегралах $\Lambda^{(n)}$ выделить (e_1p_1) и (e_2p_2) $\Lambda^{(5)} = (-4e_1p_1)\tilde{\Lambda}^{(5)}$, $\Lambda^{(6)} = (4e_1p_1)\tilde{\Lambda}^{(6)}$, $\Lambda^{(7)} = (-4e_2p_2)\tilde{\Lambda}^{(7)}$, $\Lambda^{(8)} = (4e_2p_2)\tilde{\Lambda}^{(8)}$, то для интегралов $\tilde{\Lambda}^{(n)}$ справедливы соотношения $\tilde{\Lambda}^{(5)} = \tilde{\Lambda}^{(7)}$, $\tilde{\Lambda}^{(6)} = \tilde{\Lambda}^{(8)}$.

Выполним теперь процедуру регуляризации интеграла $\tilde{\Lambda}^{(5)}$ согласно работе [13]. Для этого перейдем от $\tilde{\Lambda}^{(5)}$ к $\tilde{\Lambda}^{(5)}_{\mathrm{Reg}} = \tilde{\Lambda}^{(5)} - \tilde{\Lambda}^{(5)}(0)$, где $\tilde{\Lambda}^{(5)}(0) = \tilde{\Lambda}^{(5)}$, $\left(p_1^2 = p_2^2 = M^2, f^2 = M^2\right)$. Применяя методы размерной регуляризации к интегралу $\tilde{\Lambda}_2^{(5)}$ (20), представим его следующим образом:

$$\tilde{\Lambda}_2^{(5)} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}\left(\frac{2}{\varepsilon} - \gamma - \ln\frac{\Delta_5}{4\pi\mu^2}\right)Sp_2^{(5)},$$

где $\varepsilon = 4 - Д$, γ – константа Эйлера-Маскерони, μ – параметр размерности массы. В этом выражении $Sp_2^{(5)} = 1 + 3x$. Если в (19) введем обозначения:

$$Sp_1^{(5)} = m^2(1+x_1) + x_1^2\left[p^2(1-x_1) + \left(f^2 - p^2\right)x_3\right],$$

$$Sp_1^{(5)}(\Diamond) = m^2(1+x_1) + x_1^2(1-x_1)p^2,$$

$$\Delta_5(\Diamond) = m^2 - p^2 x_1(1-x_1),$$

(нули в Δ_5 и $Sp^{(5)}$ указывают на то, что для этих величин выполняются соотношения $p_1^2 = M^2, p_2^2 = M^2, f^2 = M^2$), а также проведем вычитание, то в результате получим регуляризованную величину $\tilde{\Lambda}^{(5)}_{\mathrm{Reg}}$:

$$\tilde{\Lambda}^{(5)}_{\mathrm{Reg}} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}\left[\frac{Sp_1^{(5)}}{\Delta_5} - \frac{Sp_1^{(5)}(\Diamond)}{\Delta_5(\Diamond)} - Sp_2^{(5)}(0)\ln\frac{\Delta_5}{\Delta_5(\Diamond)}\right]. \quad (21)$$

Разложим в (21) $\ln\frac{\Delta_5}{\Delta_5(\Diamond)}$ по малой величине $\frac{\nu}{m}$ (ν – энергия фотона) и ограничимся вторым порядком в этом разложении. В результате получим

$$\ln\frac{\Delta_5}{\Delta_5(\Diamond)} \approx -\frac{\left(f^2 - p^2\right)x_1 x_3}{m^2 - p^2 x_1\left(1 - x_1\right)}.$$

Таким образом, выражение (21) принимает вид:

$$\tilde{\Lambda}^{(5)}_{\mathrm{Reg}} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}\frac{\left(f^2 - p^2\right)x_1 x_3}{\Delta_5(\Diamond)}\left[1 + \frac{m^2 + 5x_1 m^2 - 3x_1\left(1 - x_1\right)p^2 - 3x_1^2 x_3\left(f^2 - p^2\right)}{\Delta_5}\right]. \quad (22)$$

Интеграл $\tilde{\Lambda}^{(6)}_{\mathrm{Reg}}$ определяется из (22) путем замены $x_1 \to x_3$ и $x_3 \to x_1$.

Результаты вычисления интегралов треугольных диаграмм $J^{(5)} - J^{(8)}$ можно представить следующим образом:

$$J^{(5)} = \left(ee_1\right)\lambda^2\frac{(-8)\left(e_1 p_1\right)\left(e_2 p_2\right)\left(f^2 - p^2\right)}{\left(f^2 - p^2\right)}\tilde{\tilde{\Lambda}}^{(5)}_{\mathrm{Reg}}, \quad (23)$$

$$J^{(6)} = \left(ee_2\right)\lambda^2\frac{8\left(e_1 p_1\right)\left(e_2 p_2\right)\left(f^2 - p^2\right)}{\left(f^2 - p^2\right)}\tilde{\tilde{\Lambda}}^{(6)}_{\mathrm{Reg}}, \quad (24)$$

$$J^{(7)} = \left(ee_1\right)\lambda^2\frac{(-8)\left(e_1 p_1\right)\left(e_2 p_2\right)\left(f^2 - p^2\right)}{\left(f^2 - p^2\right)}\tilde{\tilde{\Lambda}}^{(7)}_{\mathrm{Reg}}, \quad (25)$$

$$J^{(8)} = \left(ee_2\right)\lambda^2\frac{8\left(e_1 p_1\right)\left(e_2 p_2\right)\left(f^2 - p^2\right)}{\left(f^2 - p^2\right)}\tilde{\tilde{\Lambda}}^{(8)}_{\mathrm{Reg}}. \quad (26)$$

В выражениях (23)-(26) введены обозначения:

$$\tilde{\tilde{\Lambda}}^{(5)}_{\mathrm{Reg}} = \tilde{\tilde{\Lambda}}^{(7)}_{\mathrm{Reg}} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}\frac{x_1 x_3}{\Delta_5(\Diamond)}\left[1 + \frac{m^2 + 5x_1 m^2 - 3x_1\left(1 - x_1\right)p^2 - 3x_1^2 x_3\left(f^2 - p^2\right)}{\Delta_5}\right],$$

$$\tilde{\tilde{\Lambda}}^{(6)}_{\mathrm{Reg}} = \tilde{\tilde{\Lambda}}^{(8)}_{\mathrm{Reg}} = \frac{i}{(4\pi)^2}\hat{\Omega}\frac{x_1 x_3}{\Delta_6(\Diamond)}\left[1 + \frac{m^2 + 5x_3 m^2 - 3x_3\left(1 - x_3\right)p^2 - 3x_3^2 x_1\left(f^2 - p^2\right)}{\Delta_6}\right].$$

Из соотношений (23)-(26) следует:

1. амплитуды $J^{(5)} - J^{(8)}$ не содержат полюсов при $s = p^2$ и $u = p^2$;
2. поскольку амплитуды пропорциональны $\left(e_1 p_1\right)$ и $\left(e_2 p_2\right)$, то для реальных фото-

нов в системе покоя мишени вклад этих амплитуд в поляризуемости будет равен нулю.

3 Определение амплитуды петлевой диаграммы

Амплитуда петлевой диаграммы рис. 1, в) $J^{(9)}$ имеет вид:

$$J^{(9)} = e^2\lambda^2 \frac{4(e_2p_2)(e_1p_1)}{\left(f^2-M^2\right)^2}\Lambda^{(9)}.$$

Здесь

$$\Lambda^{(9)} = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}\frac{Sp^{(9)}}{\alpha_1^{(9)}\alpha_2^{(9)}}. \qquad (25)$$

В (25) введены обозначения:

$$Sp^{(9)} = Sp\left[\gamma_5(\hat{q}+\hat{f}+m)\gamma_5(\hat{q}+m)\right],$$

$$\alpha_1^{(9)} = q^2-m^2, \alpha_2^{(9)} = (q+f)^2-m^2.$$

Поскольку след $Sp^{(9)} = (-4)\left[\left(q^2-m^2\right)+(qf)\right]$, то $\Lambda^{(9)}$ соотношения (25) можно представить так:

$$\Lambda^{(9)} = 2\left[f^2\Lambda_9^{(12)}-\Lambda_9^{(1)}-\Lambda_9^{(2)}\right], \qquad (26)$$

где

$$\Lambda_9^{(12)} = \frac{\left(\mu^2\right)^{4-Д}}{(4\pi)^Д}\int\frac{d^Дq}{\alpha_1^{(9)}\alpha_2^{(9)}},\ \Lambda_9^{(1)} = \frac{\left(\mu^2\right)^{4-Д}}{(4\pi)^Д}\int\frac{d^Дq}{\alpha_1^{(9)}},\ \Lambda_9^{(2)} = \frac{\left(\mu^2\right)^{4-Д}}{(4\pi)^Д}\int\frac{d^Дq}{\alpha_2^{(9)}}.$$

Вычисляя интегралы в (26) методами размерной регуляризации, получим:

$$\Lambda^{(9)}\left(f^2\right) = \frac{2i}{(4\pi)^2}\left\{\int_0^1 dx f^2\left(\frac{2}{\varepsilon}-\gamma-\ln\frac{f^2x(1-x)-m^2}{4\pi\mu^2}\right)-2m^2\left(\frac{2}{\varepsilon}+1-\gamma-\ln\frac{m^2}{4\pi\mu^2}\right)\right\}. \qquad (27)$$

Регуляризацию $\Lambda^{(9)}\left(f^2\right)$ выражения (27) осуществим с помощью соотношения [13]

$$\Lambda_{\text{Reg}}^{(9)} = \Lambda^{(9)}\left(f^2\right)-\Lambda^{(9)}\left(f^2=M^2\right)-\left.\frac{\partial\Lambda^{(9)}}{\partial f^2}\right|_{f^2=M^2}\left(f^2-M^2\right).$$

В результате выражение для $J^{(9)}$ примет вид:

$$J_{\text{Reg}}^{(9)} = e^2\lambda^2\frac{8(e_2p_2)(e_1p_1)}{\left(f^2-M^2\right)^2}\frac{i}{(4\pi)^2}\tilde{\Lambda}_{\text{Reg}}^{(9)}\left(f^2\right).$$

В этом соотношении $\tilde{\Lambda}_{\text{Reg}}^{(9)}\left(f^2\right)$ определено следующим образом:

$$\tilde{\Lambda}_{\text{Reg}}^{(9)}\left(f^2\right) = \int_0^1 dx\left[\frac{\left(f^2-M^2\right)M^2x(1-x)}{M^2x(1-x)-m^2}-f^2\ln\frac{f^2x(1-x)-m^2}{M^2x(1-x)-m^2}\right]. \qquad (28)$$

Разложим (28) по $\left(f^2-M^2\right)$ и $\rho^2=\frac{M^2}{m^2}$. Тогда приходим к выводу, что

$$\tilde{\Lambda}^{(9)}_{\text{Reg}}\left(f^2\right)=\frac{\left(f^2-M^2\right)^2}{m^2}\int_0^1 dx\frac{x(1-x)}{\left[1-\rho^2x(1-x)\right]}\left\{1+\frac{\left(f^2-M^2\right)x(1-x)}{2m^2\left[1-\rho^2x(1-x)\right]}+\frac{\rho^2x(1-x)}{2\left[1-\rho^2x(1-x)\right]}\right\}. \quad (29)$$

Из (29) следует, что в нулевом приближении по ρ^2 и после интегрирования по x, $\tilde{\Lambda}^{(9)}_{\text{Reg}}$ определяется так:

$$\tilde{\Lambda}^{(9)}_{\text{Reg}}\left(f^2\right)=\frac{\left(f^2-M^2\right)^2}{6m^2}\left(1+\frac{f^2-M^2}{10m^2}\right).$$

Таким образом, регуляризованная амплитуда петлевой диаграммы принимает вид:

$$J^{(9)}_{\text{Reg}}=e^2\lambda^2\frac{8i}{(4\pi)^2}\frac{(e_2p_2)(e_1p_1)}{\left(f^2-M^2\right)^2}\frac{\left(f^2-M^2\right)^2}{6m^2}\left(1+\frac{f^2-M^2}{10m^2}\right). \quad (30)$$

Аналогичным образом можно определить амплитуду перекрестной диаграммы

$$J^{(9)}_{\text{Reg}}=e^2\lambda^2\frac{8i}{(4\pi)^2}\frac{(e_2p_2)(e_1p_1)}{\left(f'^2-M^2\right)^2}\frac{\left(f'^2-M^2\right)^2}{6m^2}\left(1+\frac{f'^2-M^2}{10m^2}\right), \quad (31)$$

где $f'^2=u$.

Как видно из соотношений (30) и (31), полюса амплитуд при $f^2=M^2$ и $f'^2=M^2$ сокращаются и эти амплитуды также пропорциональны структурам $(e_2p_2)(e_1p_1)$ и $(e_1p_2)(e_2p_1)$.

Следовательно, вклад этих амплитуд в поляризуемости будет равен нулю в системе покоя мишени.

4 Поляризуемости пиона в кварково-полевой модели

Амплитуды диаграмм рис. 1 рассчитывались методами размерной регуляризации. Следовательно, структуры этих амплитуд инвариантны относительно калибровочных преобразований и преобразований Лоренца. Как известно, поляризуемости – это коэффициенты, которые стоят при спиновых структурах второго порядка по частоте излучения [14]. Поэтому для определения поляризуемостей пиона воспользуемся разложением амплитуд диаграмм рис. 1 по частоте излучения, при этом будем выполнять разложение в системе покоя мишени реального комптоновского рассеяния на пионе.

Сумму амплитуд рис. 1 можно свести к инвариантной структуре вида:

$$e_2Te_1=T_1(e_2e_1)+T_2(e_2p_1)(e_1p_1)+T_3(e_2p_1)(e_1k_2)+T_4(e_2k_1)(e_1p_1)+T_5(e_2k_1)(e_1k_2). \quad (32)$$

Амплитуды T_i (i=1)являются скалярными функциями кинематических переменных s, t, u и свободные от кинематических особенностей. В случае комптоновского рассеяния реальных фотонов в кулоновской калибровке используем соотношения:

$$(e_1k_1)=(e_2k_2)=0,\ (e_1p_1)=(\vec{e}_1\vec{p}_1),\ (e_2p_1)=(\vec{e}_2\vec{p}_1).$$

Как следует из соотношений (23)-(26), вклад треугольных диаграмм в поляризуемости равен нулю. В системе покоя мишени в кулоновской калибровке амплитуда (32) принимает вид:

$$e_2Te_1 = T_1(\vec{e}_2\vec{e}_1) + T_5(\vec{e}_2\vec{k}_1)(\vec{e}_1\vec{k}_2). \tag{33}$$

Вклады в T_1 и T_2 от амплитуд диаграмм рис. 1 разложим по частоте фотонов и при разложении ограничимся вторым порядком по $\frac{\nu}{m}$ (ν – энергия фотона). Результаты разложения свидетельствуют о том, что T_1 пропорциональна $(k_1k_2) = -\frac{t}{2} = \omega_1\omega_2(1-z)$, где z – косинус угла рассеяния. В связи с этим введем новую амплитуду, выделив множитель (k_1k_2) в T_1:

$$T_1 = (k_1k_2)t_1,\ T_5 = t_5.$$

В этом случае (33) примет форму:

$$e_2Te_1 = t_1(k_1k_2)(\vec{e}_2\vec{e}_1) + t_5(\vec{e}_2\vec{k}_1)(\vec{e}_1\vec{k}_2). \tag{34}$$

В свою очередь, амплитуду e_2Te_1 при разложении по энергии фотонов до второго порядка можно определить через поляризуемости α_π и β_π [15]

$$e_2Te_1 = 8\pi M\omega_1\omega_2\left[\alpha_\pi(\vec{e}_2\vec{e}_1) + \beta_\pi(\vec{S}_2\vec{S}_1)\right], \tag{35}$$

где $\vec{S}_1 = \frac{\left[\vec{k}_1\vec{e}_1\right]}{\omega_1}$, $\vec{S}_2 = \frac{\left[\vec{k}_2\vec{e}_2\right]}{\omega_2}$.

Из сравнения выражений (34) и (35) следует:

$$\alpha_\pi = \frac{1}{8\pi M}\left[t_1 + (t_5 - t_1)z\right]|_{z=1},$$

$$\beta_\pi = -\frac{t_5}{8\pi M}|_{z=1},\ \text{где}\ z = \cos\theta.$$

Непосредственно из этих соотношений получаем, что

$$\alpha_\pi = -\beta_\pi = \frac{t_5}{8\pi M}. \tag{36}$$

Это заключение согласуется с результатами работы [16]. Как следует из (36), для оценки поляризуемости пиона достаточно определить t_5. С учетом петлевых 4-х угольных диаграмм амплитуда t_5 в нулевом порядке по ρ^2 представляется в виде:

$$t_5 = \frac{16\lambda^2}{(4\pi)^2m^2}\int_0^1 dx_1\int_0^{1-x_1} dx_2\left[-\left(e_1^2+e_2^2\right)\left(x_1-2x_1x_2\right)+2\left(e_1e_2\right)x_2\right] = \frac{16\lambda^2}{(4\pi)^2 6m^2}\left[-\frac{e_1^2+e_2^2}{2}+2e_1e_2\right].$$

Учитывая заряды и цвет кварков, из которых состоят заряженные пионы, получим:

$$\beta_\pi = \frac{\alpha}{24\pi^2MF_\pi^2} \approx \frac{9\alpha}{4\pi^2 24M^3}. \tag{37}$$

В этом выражении введены величины $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ – постоянная тонкой структуры, а также

$F_\pi = 92 МэВ \approx \frac{2}{3} M$. Поляризуемость β_π, определяемая в (37), совпадает с оценкой вкладов петлевых кварковых диаграмм в поляризуемости [16], но, как отмечено в этой работе, величина электрической поляризуемости α_π отрицательная и не согласуется с экспериментальными данными по поляризуемости заряженных пионов:

$$\alpha_\pi \approx -\beta_\pi = (6,8 \pm 1,8)\cdot 10^{-4} Фм^3 \text{ [17]},$$

$$\alpha_\pi \approx -\beta_\pi = (5,8 \pm 1,7)\cdot 10^{-4} Фм^3 \text{ [18]},$$

$$\alpha_\pi + \beta_\pi = \left(13,0 \begin{matrix} +2,6 \\ -1,9 \end{matrix}\right)\cdot 10^{-4} Фм^3 \text{ [19]}.$$

Поэтому, следуя работе [16], учтем вклад диаграмм обмена σ–мезонов между кварками и пионами в кварково-полевом подходе. В этом случае суммарная поляризуемость будет равна:

$$\beta_\pi = \beta_\pi(\lozenge) + \beta_\pi(\sigma) = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{9\alpha}{24\pi M^3} - \frac{10\alpha}{8\pi M^3}\right] = -\frac{7\alpha}{32\pi^2 M^3}. \quad (38)$$

Из выражения (38) следует, что

$$\beta_\pi \approx -5\cdot 10^{-43} см^3 = -5\cdot 10^{-4} Фм^3.$$

Заключение

Таким образом, в данной работе определена амплитуда низкоэнергетического комптоновского рассеяния и выполнены оценки поляризуемостей пиона в кварково-полевой модели в приближении петлевых диаграмм. Используя методы редукции петлевых диаграмм и ковариантный формализм размерной регуляризации мы установили, что:

1 амплитуды треугольных и петлевых двухточечных диаграмм не содержат полюсов на пороге комптоновского рассеяния на пионе;

2 эти амплитуды пропорциональны $(e_1 p_1)$ и $(e_2 p_2)$, а, следовательно, для реальных фотонов в системе покоя мишени их вклад в поляризуемости равен нулю;

3 оценки поляризуемостей пиона и сравнение с экспериментальными данными свидетельствует о необходимости учета вклада диаграмм обмена σ-мезонов между кварками и пионами.

Литература

1. Мороз, Л. Г. Матрица рассеяния с учетом взаимодействия Паули / Л. Г. Мороз, Ф. И. Федоров // ЖЭТФ. – 1960. – Т. 39. – Вып. 2. – С. 293-303.

2. Крылов, Б. В. Спиновые частицы в поле плоской электромагнитной волны /Б. В. Крылов, А. Ф. Радюк, Ф. И. Федоров // Препринт АН БССР. Ин-т физики. – 1976. – № 113. – 60 с.

3. Максименко, Н. В. Поляризуемость и гирация элементарных частиц / Н. В. Максименко, Л. Г. Мороз // Вопросы атомной науки и техники. Серия: общая и ядерная физика. – 1979. – № 4(10). – С. 26-27.

4. Левчук, М. И. Гирация нуклона как одна из характеристик его электромагнитной структуры / М. И. Левчук, Л. Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер. фіз. -мат. навук. – 1985. – № 1. – С. 45-54.

5. Андреев, В. В. Статическая электрическая поляризуемость релятивистской электрически нейтральной системы в гамильтоновой динамике/В. В. Андреев, Н. В. Максименко

// В сб. науч. трудов «Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности» под ред. А. Богуша, Л. Томильчика. Институт физики НАН Беларуси. – Вып. 5. – Минск: ИФ НАНБ. – 2001. – С. 26-31.

6. Барышевский, В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В. Г. Барышевский. – Москва: Энергоатомиздат. – 1995. – 315 с.

7. Богуш, А. А. Введение в теорию классических полей / А. А. Богуш, Л. Г. Мороз. – Минск: Наука и техника. – 1968. – 387 с.

8. Богуш, А. А. Введение в калибровочную полевую теорию электрослабых взаимодействий / А. А. Богуш. – Минск: Наука и техника. – 1987. – 359 с.

9. Бьёркен, Дж. Д. Релятивистская квантовая теория поля / Дж. Д. Бьёркен, Е. Д. Дрелл. – М. : Наука. – 1978. – Т. 1. – 295 с.

10. Максименко, Н. В. Низкоэнергетическое комптоновское рассеяние и поляризуемость адронов спина 0 в калибровочно-инвариантном подходе / Н. В. Максименко, Е. В. Вакулина // Известия вузов. Физика. – 2010. – Т. 53. – № 7. – С. 84-88.

11. Максименко, Н. В. Низкоэнергетическое разложение амплитуды комптоновского рассеяния на адроне и одновременные коммутаторы токов / Н. В. Максименко, С. Г. Шульга // Ядерная физика. – 1990. – Т. 52. – Вып. 2(8). – С. 524-534.

12. Пескин, М. Введение в квантовую теорию поля / М. Пескин, Д. Шредер. – М. Ижевск. – 2001. – 783с.

13. Llanta, E. Pion electromagnetic polarizabilities and quarks / E. Llanta, K. Tarrach // Phys. Lett. – 1980. – V. 91B. – № 1. – P. 132-136.

14. Петрунькин, В. А. Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В. А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – Т. 12. – Вып. 3. – С. 692-753.

15. Львов, А. И. Правила сумм для коэффициентов электрической и магнитной поляризуемостей адронов / А. И. Львов, В. А. Петрунькин, С. А. Старцев // Препринт ФИАН. – 1976. – № 173. – С. 25.

16. Львов, А. И. Поляризуемости пионов в σ–модели с кварками / А. И. Львов // Ядерная физика. – 1981. – Т. 34. – Вып. 2(8). – С. 522-528.

17. Antipov, Y. M. Experimental evaluation of the sum of the electric and magnetic polarizabilites of pions / Y. M. Antipov [et. al.] // Z. Phys. – 1985. – V. C26. – P. 495-499.

18. Ahrens, J. Measurement of the π^+-meson polarizabilites via the $\gamma + p \to \gamma + \pi^+ + n$ reaction / J. Ahrens [et. al.] // Eur. Phys. J. – 2005. – V. A23. – P. 113-127.

19. Fil'kov, L. V. Determination of π^+-meson polarizabilites from the $\gamma + \gamma \to \pi^+ + \pi^-$ process / L. V. Fil'kov, V. L. Kashevarov // Phys. Rev. – 2006. – V. C73. – P. 035210.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

филиал ГОУВПО «Брянский государственный
университет имени академика И. Г. Петровского»

Поступило 25.05.11