

А. Г. Козел

(БелГУТ, Гомель)

УРАВНЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ НА ОСНОВАНИИ ПАСТЕРНАКА

В последнее время значительное распространение в технике и строительстве получили трехслойные элементы конструкций, которые состоят из двух несущих слоев и заполнителя, обеспечивающего их совместную работу. В условиях деформации изгиба подобные системы оказываются наиболее рациональными, т. е. близкими оптимальным с точки зрения обеспечения минимума весовых показателей при заданных ограничениях на прочность и жесткость.

Постановка задачи и её решение проводятся в цилиндрической системе координат, связанной со срединной плоскостью заполнителя: ось x направлена вдоль стержня, ось z – верх, ось y – по нормали к осям z, x .

Все перемещения и линейные размеры отнесены к радиусу пластины R . Деформации малые. На внешние слои стержня действует внешняя распределенная нагрузка, проекции которой $q(x)$ и $p(x)$, а также реакция основания $q_r(x)$, которая описывается моделью Пастернака:

$$q_r(x) = -kw + t_f \Delta w,$$

где k – коэффициент сжатия, формально совпадающий с коэффициентом жесткости основания Винклера, t_f – коэффициент сдвига материала основания, Δ – оператор Лапласа.

В качестве искоемых величин приняты: прогиб $w(x)$ и продольное перемещение срединной плоскости заполнителя $u(x)$, дополнительный угол поворота $\psi(x)$. Через h_k обозначается толщина k -го слоя ($k=1,2,3, h_3 = 2c$). Тогда, в соответствии с принятыми геометрическими гипотезами, продольные перемещения $u^{(k)}(x)$ в слоях стержня выражаются через эти три искоемые функции. Для связи напряжений и деформаций в слоях используем соотношения закона Гука.

Уравнения равновесия трехслойного стержня в перемещениях получены с помощью принцип возможных перемещений Лагранжа:

$$L_2(a_1 u + a_2 \psi - a_3 w, r) = 0, \quad L_2(a_2 u + a_4 \psi - a_5 w, r) = 0,$$

Материалы XVIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 23–25 марта 2015г.

$$L_3(a_3 u + a_5 \psi - a_6 w, r) - \kappa w + t_f \Delta w = -q_0,$$

где a_n – коэффициенты, определяемые через модули упругости материалов и геометрические параметры слоев; L_2, L_3 – дифференциальные операторы второго и третьего порядков.

Работа касательных напряжений в заполнителе не учитывалась. Решение приведенной системы уравнений следует получать приближенно, либо численно.