Е. Ю. Кузьменкова
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

СВОЙСТВА ОТОБРАЖЕНИЯ $\varphi \to T_\varphi$ ДЛЯ СЛУЧАЯ ГРУПП

Пусть G – компактная связная абелева группа, группа характеров X которой линейно упорядочена положительным конусом X_+. Через $Pol(G)$ $(Pol_+(G))$ обозначим пространство тригонометрических полиномов, то есть линейных комбинаций характеров на группе G. При $1 < p < \infty$ через $H^p(G)$ обозначим подпространство тех $f \in L^p(G)$, преобразование Фурье которых сосредоточено на X_+ с нормой, индуцированной из $L^p(G)$. Проектор Рисса $P_+ : Pol(G) \to Pol_+(G)$ определяется равенством

$$P_+(\sum_{\chi \in M} c_\chi \chi) = \sum_{\chi \in M \cap X_+} c_\chi \chi.$$

Известно, что при $1 < p < \infty$ проектор Рисса продолжается до ограниченного проектора $P_+ : L^p(G) \to H^p(G)$. Положим $c_p = \|P_+\|$ ($c_2 = 1$).

Определение 1. Пусть $1 < p < \infty$. *Тёплицев оператор* T_φ в $H^p(G)$ с *символом* $\varphi \in L^\infty(G)$ определяется следующим образом: $T_\varphi f = P_+(\varphi f)$.

В случае $\varphi \in H^\infty(G)$ оператор Тёплица принимает вид: $T_\varphi f = \varphi f$. Такие операторы называют *аналитическими операторами Тёплица*.

Была сформулирована и доказана следующая теорема:

Теорема 2. *Отображение* $\varphi \to T_\varphi$ *обладает следующими свойствами:*

1) *инъективность;*
2) *ограниченность:* $\forall \varphi \in L^\infty(G);\ \forall f \in H^2(G)\ \ \left\| T_\varphi f \right\|_2 \le \|\varphi\|_\infty \| f \|_2;$
3) *линейность:* $T_{c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2} = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2\ \ \forall c_1, c_2 \in C,\ \ \varphi_1, \varphi_2 \in L^\infty(G);$
4) *сохранение сопряжения:* $T_{\overline{\varphi}} = (T_\varphi)^*\ \ \forall \varphi \in L^\infty(G).$

Следствие. *Оператор* T_φ *самосопряжен тогда и только тогда, когда* $\varphi(x) \in R\ \ \forall x \in G.$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ruben, A. Martınez–Avendano. When do Toeplitz and Hankel operators commute/ A. Martınez–Avendano Ruben // Integral Equations Operator Theory. – 2000. – Vol. 37. – P. 341–349.

2. Bottcher, A. Analysis of Toeplitz operators / A. Bottcher, B. Silbermann // Springer Monogr. Math. Springer–Verlag // Berlin–Heidelberg–New–York. – 2006. – 671 p.