

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТЕПЛОТДАЧИ В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

В настоящее время имеется несколько подходов к решению задач управления процессами передачи тепла. При управлении процессов передачи тепла возникает широкий спектр актуальных задач: идентификация коэффициентов, определение внутренних источников, вычисление граничных источников. В данной работе рассматривается задача восстановления коэффициентов теплообмена для процессов, описываемых нестационарными нелинейными уравнениями теплопроводности.

Рассмотрим нелинейное уравнение теплопроводности, полагая $C(T) = const, \lambda(t) = const, u_2(t) = const$.

$$C(T(x, t)) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T(x, t)) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) \quad (1)$$

с граничными и начальными условиями

$$\lambda(T(x, t)) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = u_1(t)(T_1^C(t) - T(0, t)), \quad t \in [0, t_*], \quad (2)$$

$$\lambda(T(x, t)) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=b} = u_2(t)(T_2^C(t) - T(b, t)), \quad t \in [0, t_*], \quad (3)$$

$$T(x, 0) = T^*(x), \quad x \in [0, b]. \quad (4)$$

Система уравнений (1)–(4) описывает распределенную динамическую систему, для которой $T = T(x, t)$, $x \in [0, b]$, $t \in [0, t_*]$ – температурное поле, функции $u_1(t)$, $u_2(t)$, $t \in [0, t_*]$ – коэффициенты теплообмена на левом и правом концах отрезка $[0, b]$. $C(t)$ – коэффициент теплоемкости, $T^*(x)$ – начальная температура, $T_1^C(t)$, $T_2^C(t)$ – температура окружающей среды на левом и правом концах отрезка $[0, b]$, $\lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности. В процессе функционирования системы (1)–(4) измерительное устройство определяет взвешенную сумму температур

$$y(t) = \sum_{p=1}^s d_p T(x_p^*, t). \quad (5)$$

Здесь x_p^* , $p = 1, \dots, s$ – заданные точки из отрезка $[0, b]$. Коэффициенты d_p , $p = 1, \dots, s$ – характеризуют веса температурного поля в точках x_p^* , $p = 1, \dots, s$. При $d_p = 1$, $p = 1, \dots, s$ считается, что устройство измеряет среднюю температуру в точках x_p^* , $p = 1, \dots, s$, а при $s = 1$, $d_1 = 1$ – температуру в заданной точке $x = x_1^*$. Требуется по данным измерений $y(t)$, $t \in [0, t_*]$, восстановить коэффициент теплообмена $u_1(t)$, $t \in [0, t_*]$.