АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В МАТЕМАТИКЕ
Алгебра и геометрия

О. Ю. Беленик
(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ТЕНГЛЫ И ЦЕПНЫЕ ДРОБИ

Зафиксируем на сфере S^2 $2n$ точек. Присоединим к этим точкам концы n ломаных линий, лежащих в шаре B^3 и непересекающихся друг с другом. В результате получим (n,n)-тенгл. Зафиксируем на сфере S^2 точки:

$$NE=\left(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\ NW=\left(0,-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right),$$
$$SE=\left(0,\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\ SW=\left(0,-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Присоединим к точкам NE, NW, SE, SW концы двух ломаных линий, лежащих в шаре B^3 и непересекающихся друг с другом. В результате получим $(2,2)$-тенгл. Узел (зацепление), полученный из $(2,2)$-тенгла T соединением пар точек NW и NE, SW и SE ломаными линиями, лежащими вне шара B^3, называется числителем тенгла T и обозначается через $N(T)$. Узел (зацепление), полученный из $(2,2)$-тенгла T соединением пар точек NW и SW, NE и SE ломаными линиями, лежащими вне шара B^3, называется знаменателем тенгла T и обозначается через $D(T)$. Тенглом $(0,0)$-типа называется тривиальный $(2,2)$-тенгл, в котором ломаные соединяют пары точек NW и SW, NE и SE. Тенглом (0)-типа называется тривиальный $(2,2)$-

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

тенгл, в котором ломаные соединяют пары точек NW и NE, SW и SE. Образ тенгла $(0,0)$-типа относительно гомеоморфизма шара B^3, оставляющего множество точек $\{NE,\ NW,\ SE,\ SW\}$ неподвижным, называется рациональным тенглом. Рациональный тенгл $T(a_1, a_2,...,a_n)$ получается из тенгла (0)-типа и тенгла $(0,0)$-типа с помощью альтернированной последовательности вертикальных и горизонтальных скручиваний в числе $a_n, a_{n-1},...,a_2, a_1$, соответственно. Существует взаимно однозначное соответствие между рациональными числами и классами эквивалентных тенглов $T(a_1, a_2,...,a_n)$ с $a_1 \neq 0$, при котором классу эквивалентности рациональны тенглов с представителем $T(a_1, a_2,...,a_n)$ соответствует класс цепных дробей с представителем $[a_n, a_{n-1},...,a_2, a_1]$.

Теорема 1. Если рациональный тенгл $T(a_1, a_2,...,a_n)$ представлен цепной дробью, отличной от 0 и ∞, то существуют вещественные числа одного знака a_i, представлющие данный тенгл.

Теорема 2. Сумма двух произвольных алгебраических тенглов не является алгебраическим тенглом. Сумма двух алгебраических тенглов, таких, что второй тенгл получен из первого тенгла поворотом на прямой угол, является алгебраическим тенглом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прасолов, В. В. Узлы, зацепления, косы и трехмерные многообразия / В. В. Прасолов, А. Б. Сосинский. – М.: МЦНМО, 1997. – 352 с.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ