

## О ДИСТРИБУТИВНОСТИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ РЕШЕТОК

Частично упорядоченное множество  $A$ , в котором для любых двух элементов  $a, b$  существуют точная верхняя и нижняя грани, называется решёткой. Многогранную роль в развитии теории решеток сыграли дистрибутивные решетки.

Теория дистрибутивных решеток представляет одну из наиболее обширных и наиболее удовлетворительных глав теории решеток. Многие условия на решетки, а также элементы и идеалы решеток являются ослабленными формами дистрибутивности. Поэтому глубокое знание дистрибутивных решеток неocenимо при работе в теории решеток.

Во многих приложениях на решетках, возникающих в различных областях математики, и особенно алгебры, налагается условие дистрибутивности.

**Определение 1.** Решетка  $L$  называется дистрибутивной, если она удовлетворяет следующими тождествами:

$$(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c) \quad \forall a, b, c \in L,$$

$$(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c) \quad \forall a, b, c \in L.$$

Существует критерий дистрибутивности решеток.

**Теорема.** Решетка  $L$  дистрибутивна тогда и только тогда, когда в каждом интервале  $L$  решетки  $L$  любые два связанных в  $L$  элемента равны.

Условие этой теоремы можно выразить в терминах некоторой пятиэлементной решетки.

**Следствие.** Решетка дистрибутивна тогда и только тогда, когда

Материалы XVIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 23–25 марта 2015г.

---

она модулярна, т. е. выполняется условие  $(c \vee a) \wedge b \leq (c \wedge b) \vee a$   $\forall a, b, c \in L, a \leq b$  и не содержит подрешетки, изоморфной пятиэлементной решетке, представленной на рисунке 1.

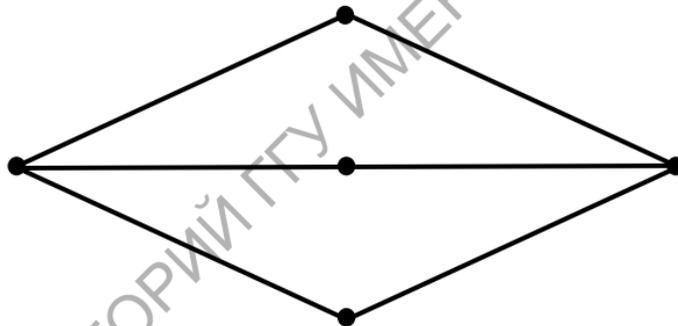


Рисунок 1 – Пятиэлементная решетка

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Биркгоф, Г. Теория решеток / Г. Биркгоф. – М.: Наука, 1984. – 284 с.
2. Мальцев, А. И. Алгебраические системы: учебное пособие / А. И. Мальцев. – М.: Наука, 1970. – 392 с.