

М. В. Яхимович

(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

**ЗАДАЧА О РАСПИСАНИИ И ПОСТРОЕНИИ РАСКРАСОК
ГРАФА МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ**

Рассмотрим задачу о расписании. Пусть на 5 курсе факультета математики и информатики обучается n студентов. В летнюю сессию им

предстоит сдать экзамены по k предметам. Требуется составить график проведения экзаменов таким образом, чтобы ни один студент 5-го курса не должен был сдавать два различных экзамена одновременно.

Эта задача может быть решена с помощью графической модели. Построим граф G , представляющий задачу о расписании. Вершины графа G соответствуют k предметам, по которым студентам предстоит сдавать экзамены. Две вершины соединены ребром, если имеется хотя бы один студент 5-го курса, который должен сдавать экзамены по предметам, соответствующим данным вершинам. Каждый интервал времени, отведенный для экзаменов, обозначается на графе своим цветом вершин. Требуется найти хроматическое число данного графа (обозначим его через s) и раскрасить вершины в s цветов таким образом, чтобы никакие две смежные вершины не были окрашены в одинаковые цвета.

Пусть $\xi = e^{\frac{2\pi i}{s}}$. Представим s цветов s различными корнями степени s из единицы: $1, \xi, \xi^2, \dots, \xi^{s-1}$. Поставим в соответствие вершинам графа G переменные x_1, x_2, \dots, x_k . Каждая вершина может быть окрашена в один из s цветов $1, \xi, \xi^2, \dots, \xi^{s-1}$. Этот факт описывается k уравнениями вида $x_j^s - 1 = 0, j = 1, \dots, k$. Если вершины x_j и x_l являются смежными в графе G , то они должны быть окрашены в различные цвета. Значит, вершины x_j и x_l имеют различные цвета тогда и только тогда, когда

$$(x_j^s - x_l^s) / (x_j - x_l) = 0, j, l = 1, \dots, k, j \neq l.$$

Пусть I – идеал в кольце многочленов $C[x_1, \dots, x_k]$, порожденный многочленами

$$x_j^s - 1 = 0, j = 1, \dots, k; (x_j^s - x_l^s) / (x_j - x_l) = 0, j, l = 1, \dots, k, j \neq l.$$

Обозначим через F редуцированный базис Гребнера идеала I .

Теорема. Граф G можно раскрасить в S различных цветов так, чтобы никакие смежные вершины не были раскрашены в одинаковые цвета, тогда и только тогда, когда $1 \notin F$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Adams, W. W. An introduction to Grobner Bases / W. W. Adams,

Аналитические и численные методы исследования в математике
Алгебра и геометрия

P. Lounstaunau // Graduate Studies in Mathematics. American
Mathematical Society. – 1994. – Vol. 3. – 289 p.