УДК 538.61

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРНОГО КВАНТОВАНИЯ НА ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ В ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

А. Е. Глауберман и *Б. Н. Хлопков*

Изучение свойств малых металлических частиц представляет интерес в связи с коллоидными частицами металла и квазиметаллическими центрами (КМЦ) в неметаллических кристаллах, малыми металлическими частицами, созданными на поверхности неметаллических кристаллов, физикой фотографического процесса и другими актуальными проблемами. Пригодная для расчета упрощенная модель малой металлической частицы как малой сферы, заполненной электронным газом с использованием тех или иных дополнительных представлений, рассматривалась в ряде работ разных авторов. В настоящем сообщении проведен расчет эффекта Фарадея в электронном газе, помещенном в осцилляторную потенциальную яму

$$U(r) = \frac{1}{2} m\omega_0^2 r^2, \tag{1}$$

где частота ω_0 определяется из условия $U(R) = \varepsilon_F$ (ε_F — уровень Ферми при $T=0$), так, что R является радиусом сферы, в которую заключен практически весь электронный газ [1]. Такой выбор модели позволяет воспользоваться точным решением задачи о нерелятивистском осцилляторе в магнитном поле [2, 3]. Разобьем гамильтониан осциллятора

$$H = \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + \mu_0\sigma\,[\nabla \times \mathbf{A}] + \frac{\hbar\omega_0^2}{4mc^2}\sigma\left[\mathbf{r} \times \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)\right] + \frac{1}{2} m\omega_0^2 r^2, \tag{2}$$

где

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_\mu + \mathbf{A}_0 = \frac{1}{2}\,[\mathscr{H} \times \mathbf{r}] + \mathrm{Re}\,[\mathbf{A}_0 e^{i(\mathbf{kr} - \omega t)}]$$

и ось z выбрана в направлении магнитного поля H, на невозмущенную часть, имеющую вид (2) с $A = \mathbf{A}_\mu$, и оператор возмущения H'. С точностью до членов порядка $\sim \mathbf{A}_0$

$$H' = \frac{e}{c}\,\dot{\mathbf{r}}\mathbf{A}_c + \mu_0\sigma\,[\nabla \times \mathbf{A}_c] + \frac{e\hbar\omega_0^2}{4mc^3}\sigma\,[\mathbf{r} \times \mathbf{A}_c]. \tag{2'}$$

Тогда Фурье-образы компонент дипольного момента электронного газа

$$d^{\mu}_{\omega'} = \sum_{k,\,l} \frac{n_l - n_k}{\varepsilon_l - \varepsilon_k + \hbar\omega' + i\delta}\, d^{\mu}_{lk} \left\{ -\mathbf{d}\mathbf{E}_{\omega'} + \frac{c\mu_0}{\omega}\sigma\,[\mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\omega'}] + \right.$$

$$\left. + \frac{ic\mu_0}{\omega'}(\mathbf{kr})\,\sigma\,[\mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\omega'}] - \frac{ie\hbar\omega_0^2}{4mc^2\omega'}\sigma\,[\mathbf{r} \times \mathbf{E}_{\omega'}] \right\}_{kl}, \tag{3}$$

где n_k — фермиевские числа заполнения и ε_k — собственные значения невозмущенного гамильтониана. Здесь

$$d^{\mu}_{\omega'} = \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\omega' t} d^{\mu}(t)$$

и в правой части сохранены лишь старшие члены разложения $\mathbf{A}_c$ по $(\mathbf{kr})$ (предполагается, что $kR \ll 1$).

Решение невозмущенной задачи известно для случая, когда спин-орбитальная связь пренебрежимо мала [2, 3]. При $\varepsilon_k \sim \varepsilon_F$ — это область магнитных полей и размеров, удовлетворяющих условиям

$$\left(\frac{v_F}{c}\right)^2 (k_F R)^{1/2} \ll 1, \quad \left(\frac{v_F}{c}\right)^2 \ll \frac{\omega_L}{\omega_0} \ll 1,$$

где $v_F = \hbar k_F/m = (2\varepsilon_F/m)^{1/2}$ и $\omega_L = e\mathscr{H}/2mc$.

Если выбрать направление распространения электромагнитной волны вдоль оси z и ограничиться частотами $\omega' \gg \hbar\omega_0^2/mc^2$, то в этой области формула (3) существенно упрощается

$$d^{\mu}_{\omega'} = -eE^{\nu}_{\omega'} \sum_{s, s', \alpha} \frac{n_{s'\alpha} - n_{s\alpha}}{\varepsilon_{s'\alpha} - \varepsilon_{s\alpha} + \hbar\omega' + i\delta} r^{\mu}_{s's} r^{\nu}_{ss'}.$$

Здесь s — совокупность квантовых чисел n_ρ, n_z, m (в обозначениях [3]) и α — спиновое квантовое число. Дальнейший расчет для частот

$$2\omega_L\omega' \ll |\omega_0^2 - \omega'^2| \tag{4}$$

в первом порядке по ω_L приводит к следующему выражению для тензора поляризуемости:

$$\alpha^{\mu\nu}_{\omega'} = \frac{V\omega_p^2}{4\pi\left[\omega_0^2 - \omega'^2\right]} \left\{\delta^{\mu\nu} + \frac{2i\omega_L\omega'}{\left[\omega_0^2 - \omega'^2\right]} e^{\mu\nu z}\right\},$$

где $\omega_p^2 = 4\pi Ne^2/m$, N — концентрация электронного газа, $V = 4\pi R^3/3$ и $e^{\mu\nu\gamma}$ — символ Леви—Чивита. Эта формула, полученная в квантовом рассмотрении, имеет вид классической и формально может быть выведена на основе уравнения

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \omega_0^2 r = -\frac{e}{m}\mathbf{E} - \frac{e}{mc}\left[\frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathscr{H}\right], \tag{5}$$

в котором ω_0 определено в квантовой модели и имеет порядок обратного времени пролета электрона через объем, ограниченный поверхностью частицы. Воспользуемся этим обстоятельством и, добавив в левую часть уравнения (5) диссипативный член $\nu\,(d\mathbf{r}/dt)$, найдем выражение для удельного фарадеевского вращения Θ в области оптических частот, свободное от ограничения (4). Мы предполагаем существование многих областей, содержащих электронный газ, т. е. будем рассматривать полидисперсную систему мельчайших металлических частиц с соответствующими радиусами R и концентрациями N_R, имеющих размерно квантованный энергетический спектр одночастичных элементарных возбуждений. В [4] было показано, что именно такие возбуждения являются основными в малых металлических частицах с $R \sim 10$ Å и на этой основе в [5] строилась теория поглощения света малыми КМЦ в ионных кристаллах.

В области достаточном малых концентраций частиц N_R

$$\Theta = N_R V \frac{\omega_L \omega_p^2}{c} \frac{\omega^2\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \nu^2\omega^2\right]}{\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \nu^2\omega^2\right]^2}. \tag{6}$$

Из полученного выражения видно, что учет размерного квантования энергии электронов приводит к размерной зависимости спектрального положения $\Theta_{\min}$. Суммарная экспериментально наблюдаемая картина фарадеевского вращения в случае системы, содержащей мельчайшие металлические частицы или КМЦ, может быть достаточно сложной, ибо будет отражать характер функции распределения частиц по размерам. Основное отличие эффекта Фарадея в малых металлических частицах и малых КМЦ от ситуации, имеющей место в относительно больших коллоидных частицах металла [6], в которых основной механизм возбуждений плазменный, заключается в том, что спектральные особенности кривой дисперсии эффекта Фарадея в этих малых частицах определяются не плазменной частотой, а частотой столкновений электрона с поверхностью малой частицы $\omega_0 \sim v_F/R$. Все эти закономерности могут представить, по-видимому, интерес для экспериментального исследования систем, содержащих малые металлические частицы и КМЦ.

Литература

[1] И. М. Лифшиц, А. М. Косевич. ДАН СССР, *91*, 795, 1953.
[2] В. А. Фок. Zs. Phys., *47*, 446, 1928.
[3] В. М. Дубнер. Изв. вузов, физика, *4*, 167, 1966.
[4] Л. П. Горьков, Г. М. Элиашберг. ЖЭТФ, *48*, 1407, 1965.
[5] В. М. Адамян, А. Е. Глауберман. ФТТ, *11*, 1910, 1969.
[6] В. К. Милославский, Н. С. Троицкий. Спектр. тверд. тела, сб. *4*. Изд. «Наука», 1969.

Поступило в Редакцию 2 февраля 1973 г.