УДК 539.184

ПРИМЕНЕНИЕ ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩИХ ФОЙГТОВСКОГО КОНТУРА

В. Н. Иванов и *И. С. Фишман*

Известно [1], что контур Фойгта является сверткой доплеровского и дисперсионного контуров. Его нормированный на единицу модуль Фурье-образа описывается выражением [2]

$$F(\omega) = \exp\left(-\delta_g\,|\,\omega\,| - \frac{\delta_D^2}{4\ln 2}\,\omega^2\right), \tag{1}$$

где δ_g и δ_D — полуширины дисперсионной и доплеровской составляющих контура соответственно, ω — частота Фурье-преобразования.

Соотношение (1) позволяет определять δ_g и δ_D. Для этого достаточно провести преобразование Фурье экспериментального контура $I(y)$ на ряде частот ω_i, хотя бы на двух, и, найдя величины

$$F(\omega_i) = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} I(y)\cos\omega_i y\,dy}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} I(y)\,dy}, \quad i = 1,\ 2,\ \ldots n, \tag{2}$$

решить систему уравнений

$$\ln F(\omega_i) = -\delta_g\,|\,\omega_i\,| - \frac{\delta_D^2}{4\ln 2}\,\omega_i^2, \tag{3}$$

y — координата, отсчитываемая от центра линии.

При $n > 2$ δ_g и δ_D определяются методом наименьших квадратов.

Проверка, проведенная по теоретическим контурам, приведенным в [3, 4], показала, что если крылья контура обрывать на расстоянии от центра порядка $5 \div 6\ \delta_ф$, $\delta_ф$ — полуширина фойгтовского контура, систематическая ошибка в δ_g, δ_D составляет $5 \div 10\%$.

Однако на практике чаще всего контур известен на расстояниях меньших $5 \div 6\,\delta_ф$. Поэтому необходимо принять меры для уменьшения систематической ошибки, обусловленной обрывом контура.

Пусть $I(y)$ описывает идеальную фойгтовскую кривую

$$I(y) = CP(y), \tag{4}$$

где $P(y)$ — нормированный по площади на единицу контур; C — константа. Рассмотрим интеграл

$$S_i = \int\limits_{-\infty}^{\infty} I(y)\cos\omega_i y\,dy, \tag{5}$$

являющийся ненормированным модулем Фурье-образа полного контура. Обрезание крыльев контура ведет к тому, что вместо S_i определяются величины

$$\tilde{S}_i = \int\limits_{-A}^{A} I(y)\cos\omega_i y\,dy. \tag{6}$$

A — граница взятого отрезка контура.

Очевидно, что для уменьшения ошибок определения δ_g и δ_D необходимо оценить величины $\Delta S_i = S_i - \tilde{S}_i$. В тех случаях, когда контур известен в пределах $A \approx 3 \div 4\ \delta_ф$, можно аппроксимировать его крылья кривой, пропорциональной $1/y^2$. Тогда

$$\Delta S_i = 2A^2 I(A)\int\limits_{A}^{\infty}\frac{\cos\omega_i y}{y^2}\,dy = 2A^2 I(A)\left[\frac{\cos\omega_i A}{A} + \omega_i\left(-\frac{\pi}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}(\omega_i A)^{2k-1}}{(2k-1)(2k-1)!}\right)\right]. \tag{7}$$

Множитель $A^2 I(A)$ появляется из-за сшивки контура и аппроксимирующей кривой в точках $y = \pm A$. Так как поправка (7) неодинаково точна для различных ω_i, величины C, δ_g и δ_D^2 целесообразно определять, минимизируя по ним сумму квадратов

$$\sum_i\left[\ln(\tilde{S}_i + \Delta S_i) - \ln C + \delta_g\,|\,\omega_i\,| + \frac{\delta_D^2}{4\ln 2}\,\omega_i^2\right]^2. \tag{8}$$

Проверка показала, что даже в тех случаях, когда $A=3\delta_ф$, значения δ_g и δ_D определяются с точностью $3\div7\%$. При меньших A необходима последующая корректировка полученных величин.

Хорошие результаты дает следующий итерационный метод нахождения поправок: ΔC, $\Delta\delta_g$ и $\Delta\delta_D{}^2$ определяются при минимизации суммы квадратов

$$\sum_i [(\tilde{S}_i - \tilde{S}_{i0}) - a_i \Delta C - b_i \Delta\delta_g - d_i \Delta\delta_D^2]^2. \tag{9}$$

Здесь введены обозначения

$$\tilde{S}_{i0} = \frac{C_0}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\delta_{g_0}|x| - \frac{\delta_{D_0}^2}{4\ln 2}x^2\right) \frac{\sin A(\omega_i - x)}{(\omega_i - x)}\, dx, \tag{10}$$

$$a_i = \frac{\tilde{S}_{i0}}{C_0}, \tag{11}$$

$$b_i = -\frac{C_0}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} |x| \exp\left(-\delta_{g_0}|x| - \frac{\delta_{D_0}^2}{4\ln 2}x^2\right) \frac{\sin A(\omega_i - x)}{(\omega_i - x)}\, dx, \tag{12}$$

$$d_i = -\frac{C_0}{4\pi \ln 2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp\left(-\delta_{g_0}|x| - \frac{\delta_{D_0}^2}{4\ln 2}x^2\right) \frac{\sin A(\omega_i - x)}{(\omega_i - x)}\, dx. \tag{13}$$

Выражение (9) легко написать, если учесть, что [2]

$$P(y) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\delta_g|x| - \frac{\delta_D^2}{4\ln 2}x^2\right) \cos yx\, dx,$$

$$\tilde{S}_i = \frac{C}{2\pi} \int\limits_{-A}^{A} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\delta_g|x| - \frac{\delta_D^2}{4\ln 2}x^2\right) \cos yx \cos \omega_i x\, dx\, dy =$$

$$= \frac{C}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\delta_g|x| - \frac{\delta_D^2}{4\ln 2}x^2\right) \frac{\sin A(\omega_i - x)}{(\omega_i - x)}\, dx$$

и разложить, ограничиваясь членами, содержащими первые производные, функцию $C \exp(-\delta_g|x| - (\delta_D^2/4\ln 2)x^2)$ в ряд Тейлора около точек C_0, δ_{g_0} и δ_{D_0}. В качестве C_0, δ_{g_0}, δ_{D_0} в первом приближении берутся величины, получаемые из (8); в последующих приближениях надо брать исправленные значения. При $A=2\delta_ф$ уже первая итерация дает δ_g, δ_D с ошибкой всего $1\div2\%$.

Дисперсионная и допплеровская составляющие фойгтовского контура определялись на ЭВМ.

Результаты численного эксперимента приведены в таблице. В строчках, помеченных звездочкой, приведены результаты, полученные по методу Ван де Хюльста и Реесинка [5] при тех же условиях.

В заключение скажем несколько слов об учете погрешностей, которые могут появиться при обработке спектральных линий вследствие аппаратурных искажений. Как известно [6], у большинства спектральных приборов аппаратная функция близка к фойгтовской кривой. Это позволяет проводить исправление уже конечных значений δ_g и δ_D^2, полученных для экспериментального контура, вычитая из них соответствующие составляющие аппаратной функции. Возможен и другой путь, который имеет смысл применять, когда аппаратный контур отличается от фойгтовского, но известен его аналитический вид: надо сначала провести редукцию к идеальному прибору по методу, изложенному в [7], и, получив сглаженный контур, лежащий близко к истинному, работать уже с ним. Заметим, что когда известны далекие крылья контура, учет аппаратурных искажений проводится элементарно: Фурье-образ экспериментального контура делится на Фурье-образ аппаратной функции на той же частоте [6].

В предлагаемом методе определения составляющих фойгтовского контура можно при некоторых условиях не проводить специального сглаживания экспериментального контура и не учитывать ошибки, обязанные своим появлением замене интегралов (6) квадратурными формулами. Эти условия следующие: а) шум незначительный, б) шаг интегрирования $h=0.1\,\delta_ф$, в) Фурье-частоты ω_i лежат в пределах $0 \leqslant \omega_i \leqslant \pi/10h$, г) в качестве квадратурной взята формула Симпсона; она дает наименьшее искажение частотных составляющих подынтегральной кривой [8].

Результаты численного эксперимента по определению составляющих фойгтовского контура

Задано			Получено					
			$I(y)$ задано с нормальным шумом, дисперсия шума $\sigma^2 = (0.001\ I(0))^2$			$I(y)$ задано с нормальным шумом, дисперсия шума $\sigma^2 = (0.015\ I(0))^2$		
δ_g	δ_D	a	δ_g	δ_D	a	δ_g	δ_D	a
0.0000	1.0000	0.0000	0.0015	0.9990	0.0012	0.0135	0.9904	0.0113
			0.003*	0.996*	0.002*	0.025*	0.990*	0.021*
0.1127	0.9383	0.1000	0.1125	0.9389	0.0997	0.1252	0.9294	0.1122
			0.100*	0.950*	0.088*	0.160*	0.913*	0.146*
0.2987	0.8289	0.3000	0.2988	0.8288	0.3001	0.3048	0.8222	0.3086
			0.300*	0.835*	0.299*	0.225*	0.883*	0.212*
0.4418	0.7356	0.5000	0.4441	0.7336	0.5039	0.4474	0.7290	0.5109
			0.425*	0.718*	0.493*	0.400*	0.767*	0.434*
0.5519	0.6564	0.7000	0.5508	0.6576	0.6973	0.5559	0.6503	0.7117
			0.545*	0.670*	0.677*	0.500*	0.700*	0.595*
0.6718	0.5593	1.0000	0.6713	0.5600	0.9980	0.6755	0.5522	1.0182
			0.650*	0.582*	0.930*	0.600*	0.632*	0.790*
0.8626	0.3591	2.0000	0.8630	0.3580	2.0069	0.8514	0.3702	1.9149
			0.825*	0.416*	1.651*	0.750*	0.500*	1.249*
1.0000	0.0000	∞	1.0010	0.0050	166.6	1.0017	0.0000	∞
			1.00*	0.00*	∞*	1.02*	0.00*	∞*

Примечание. При расчетах полагались $\delta_\phi = 1$, $A = 2$, $h = 0.1$, $\omega_i = 0.31416i$ $(i = 0, 1, \ldots 7)$.

Литература

[1] С. Э. Фриш. Оптические спектры атомов. ФМ, М.—Л., 1963.
[2] Методы исследования плазмы. Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. Изд. «Мир», М., 1971.
[3] И. И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров. ФМ, М., 1963.
[4] D. W. Posener. Austr. j. Phys., *12*, № 2, 1959.
[5] H. C. Van de Hulst, J. J. M. Reesinck. Ap. j., *106*, 121, 1947.
[6] С. Г. Раутиан. Усп. физ. наук, *66*, 475, 1958.
[7] В. Ф. Турчин, В. З. Нозик. Изв. АН СССР, физ. атм. и океана, *5*, № 1, 1969.
[8] Р. В. Хемминг. Численные методы. Изд. «Наука», М., 1972.

Поступило в Редакцию 23 августа 1972 г.

УДК 535.32 + 535.34.62-416

ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ ТОНКИХ ДВУХСЛОЙНЫХ ПОКРЫТИЙ НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКЕ

А. И. Рыбалка и *И. Н. Шкляревский*

Эллипсометрические исследования тонких двухпленочных (многопленочных) покрытий на поглощающей подложке имеют большое практическое значение (микроэлектроника и др.). Это могут быть тонкая окисная и полупроводниковая или две полупроводниковые пленки на металлической (полупроводниковой) подложке. Ранее были выведены соответствующие формулы и предложена методика определения толщин и дисперсии оптических постоянных тонких диэлектрических [1, 2] и полупроводниковых [3, 4] пленок, осажденных на металлическую подложку. В настоящей работе эта методика переносится на двух или многопленочную систему и приводятся соответствующие формулы.

Рассмотрим задачу в общем виде. Пусть на поглощающей подложке с оптическими постоянными n_3 и k_3 последовательно нанесены пленки соответственно с толщинами и оптическими постоянными l_2, n_2, k_2 и l_1, n_1, k_1. На такую систему падает свет с длиной волны λ под углом φ. Тогда эллиптически поляризованный отраженный свет будет характеризоваться разностью фаз Δ и азимутом восстановленной поляризации ψ.

Обозначим амплитудные коэффициенты отражения на границе воздух—пленка, пленка—пленка и пленка—металл для s- и p-составляющих соответственно через $\bar{r}_{1s}$, $\bar{r}_{1p}$; $\bar{r}_{2s}$, $\bar{r}_{2p}$; $\bar{r}_{3s}$, $\bar{r}_{3p}$. Это, вообще говоря, комплексные величины, которые можно представить в виде $\bar{r} = r - ir^x$. На границе двух диэлектрических сред $r^x = 0$.